

B- Tractor Dynamics

● دینامیک تراکتور

- فرضیات:
- صاف بودن سطح زمین
- تحلیل حرکت تراکتور به صورت ۲ بعدی
- صرف نظر کردن از اثرات اینرسی چرخ های جلو به علت سبک بودن آنها
- صرف نظر کردن از اثرات نیروهای آیرودینامیکی به علت پائین بودن سرعت حرکت

● کل تراکتور را به دو زیرمجموعه (Sub System) تقسیم‌بندی می‌کنیم:
الف) سیستم چرخ‌های عقب و اکسل عقب

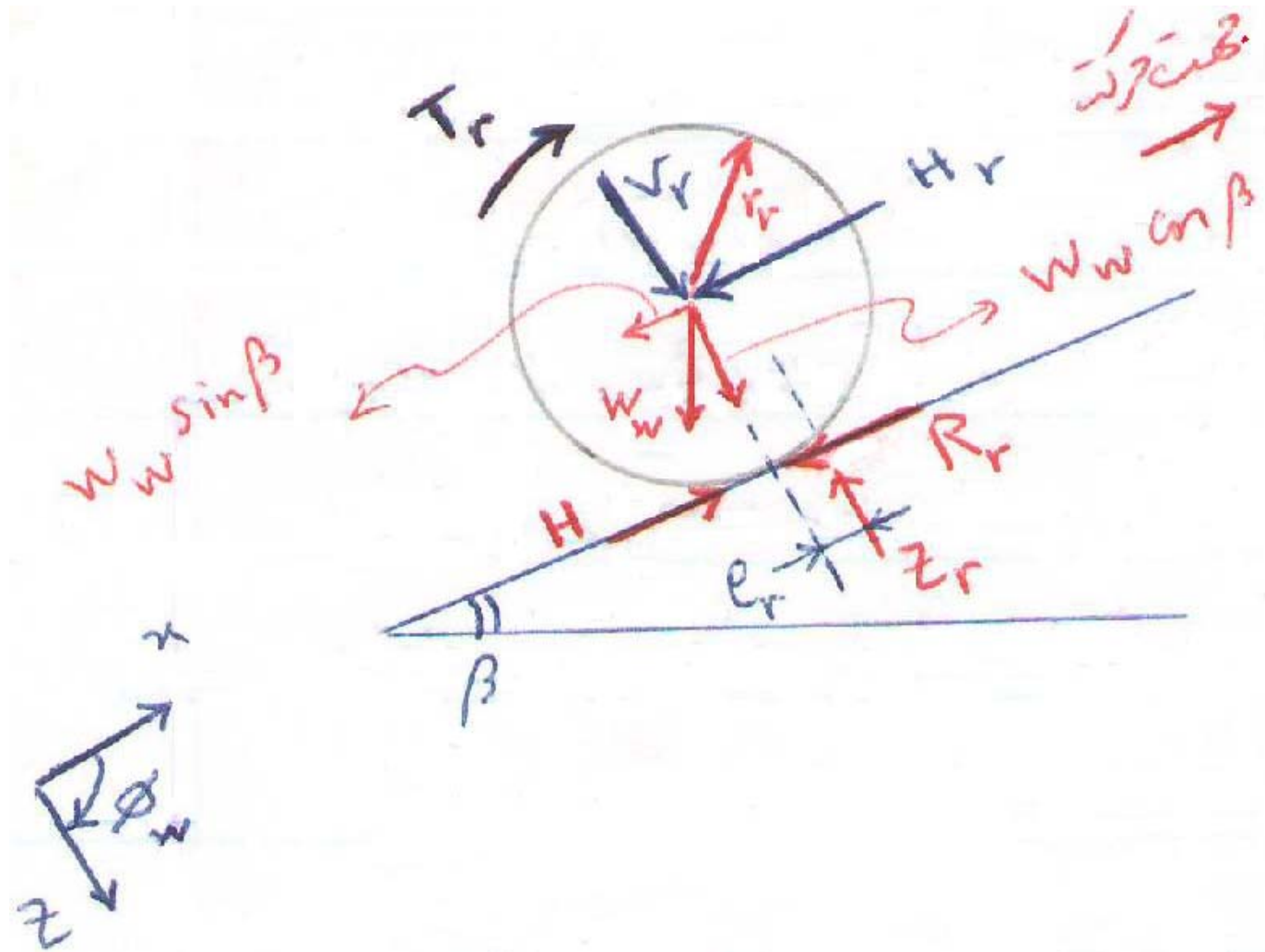
Rear wheels & rear axle

ب) سیستم شاسی تراکتور، موتور و اکسل جلو

Body of the tractor, the engine and the front axle

سپس اثرات دو سیستم روی یکدیگر را به صورت نیروها و گشتاور نشان می‌دهیم.

الف- سیستم چرخ‌های عقب و اکسل عقب



W_w : وزن روی چرخ‌های عقب
نیروهای H_r و V_r و گشتاور T_r نیز عکس‌العمل زیر مجموعه ب هستند.

با توجه به شکل:

$$\Sigma F_x = ma_x \rightarrow H - R_r - W_w \sin \beta - H_r = \left(\frac{W_w}{g} \right) \ddot{x} \quad (1)$$

$$\Sigma F_z = ma_z \rightarrow V_r + W_w \cos \beta - Z_r = \left(\frac{W_w}{g} \right) \ddot{z} \quad (2)$$

به غیر از معادلات فوق، یک جسم چرخان داریم که برای شتاب دادن به آن به گشتاور احتیاج داریم:

$$M_p = I_p \alpha_p \rightarrow T_r - Z_r e_r - (H - R_r) r_r = I_w \ddot{\phi}_w$$

I_w : ممان اینرسی چرخ نسبت به گرانیگاه

بنابراین، فرض بر این است که مرکز چرخش با گرانیگاه یکی است (مرکز جرم با مرکز دوران یکی است).

اما طبق تئوري کشش:

$$R_r \times r_r = Z_r \times e_r \rightarrow e_r = \left(\frac{R_r}{Z_r} \right) r_r$$

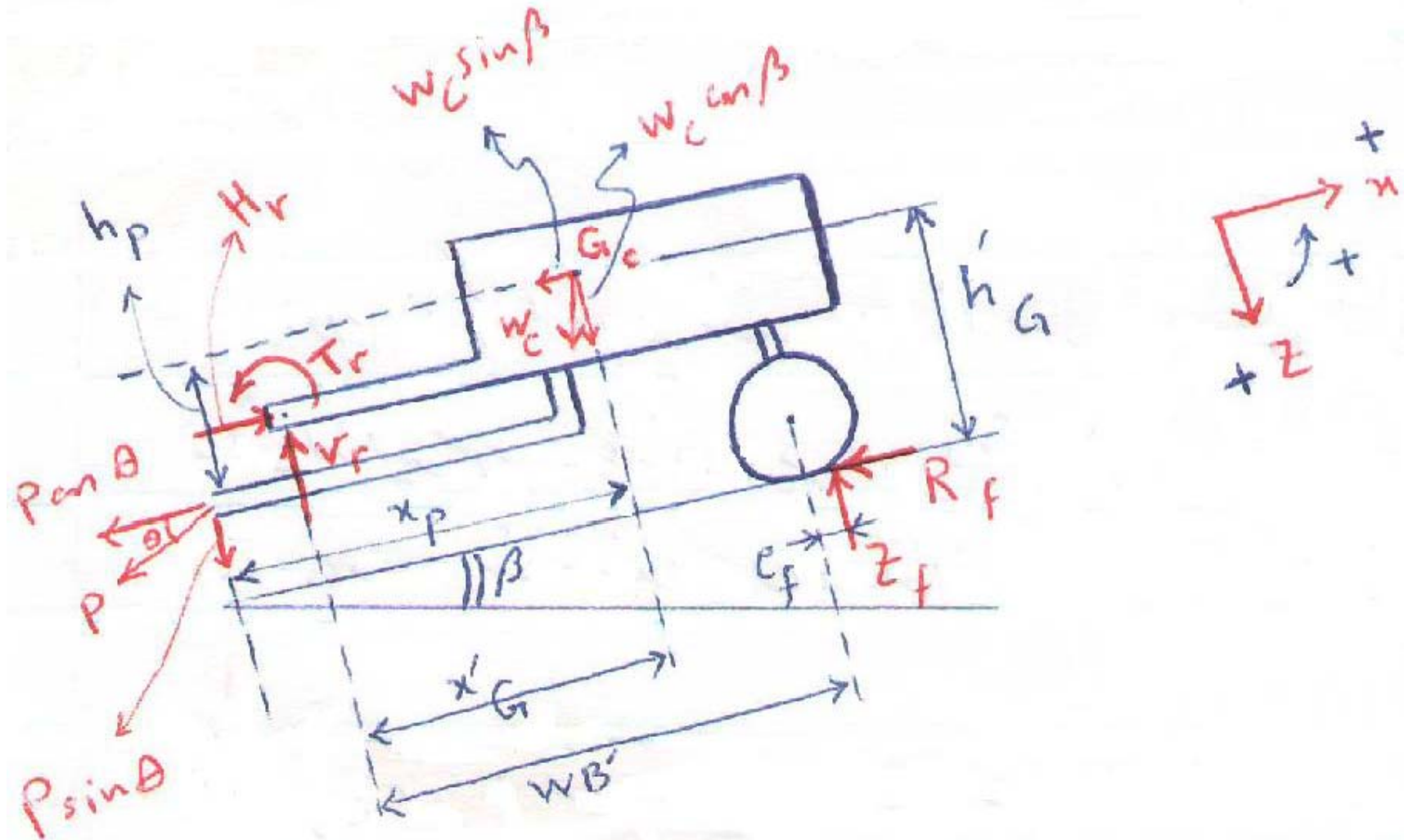
$$\rightarrow I_w \ddot{\phi}_w = T_r - Hr_r + R_r r_r - Z_r e_r$$

جایگزینی e_r در رابطه فوق نتیجه می دهد:

$$\rightarrow I_w \ddot{\phi}_w = T_r - Hr_r \quad (۳)$$

در اینجا اثری از کشش مشاهده نمی شود، چون کشش به شاسی منتقل می شود نه به چرخ.

ب۔ سیستم شامل شاسی تراکتور، موتور و اکسل جلو



با توجه به شکل:

$$\Sigma F_x = ma_x \rightarrow H_r - W_c \sin \beta - P \cos \theta - R_f = \left(\frac{W_c}{g} \right) \ddot{x} \quad (4)$$

$$\Sigma F_z = ma_z \rightarrow P \sin \theta + W_c \cos \beta - V_r - Z_f = \left(\frac{W_c}{g} \right) \ddot{z} \quad (5)$$

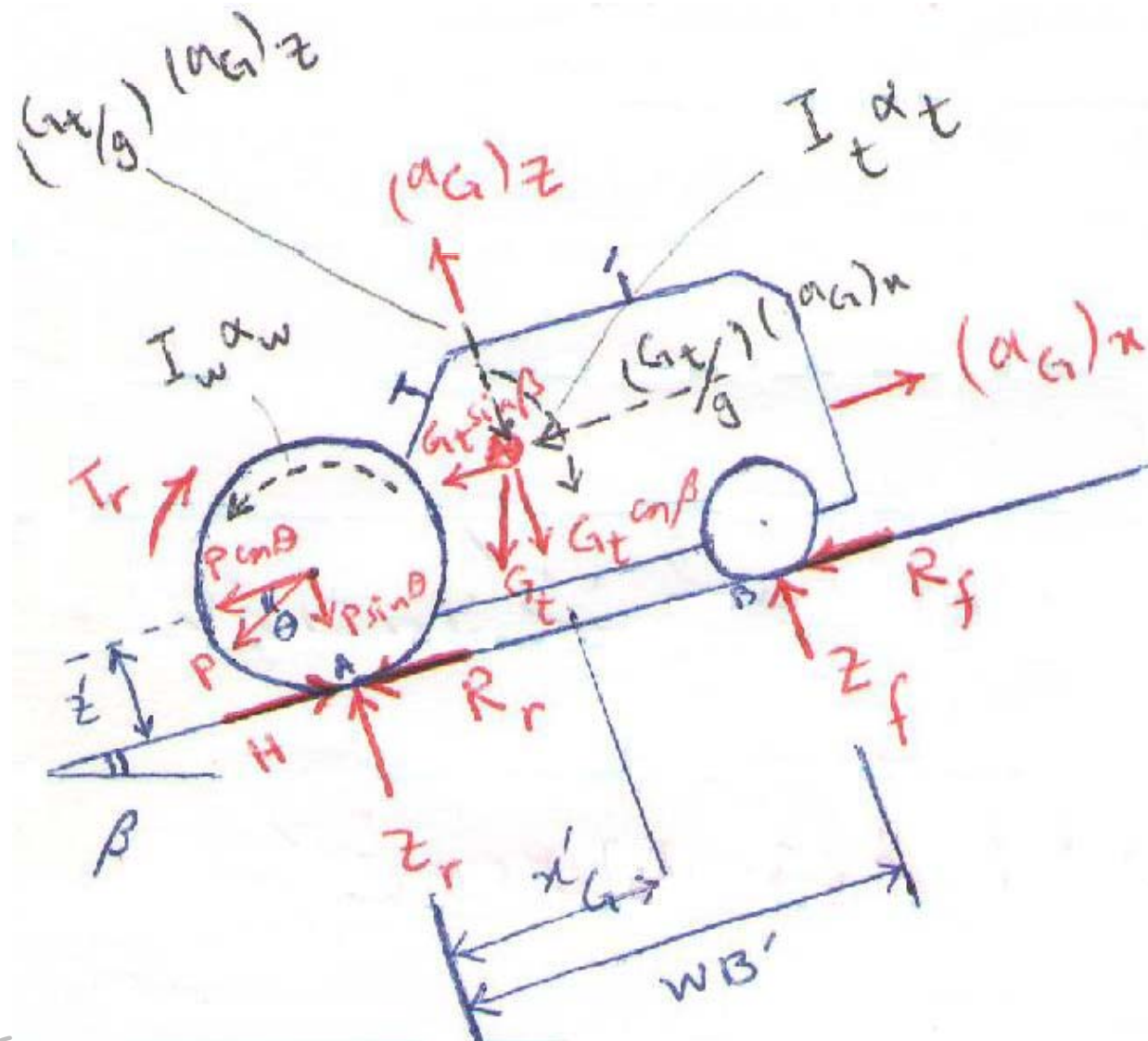
$$\Sigma M_c = I_c \alpha_c \rightarrow Z_f [(WB' + e_f) - x'_G] - R_f h'_G - V_r x'_G + H_r (h'_G - r_r) + T_r + (P \sin \theta) x_p - (P \cos \theta) h_p = 0 \quad (6)$$

کل تراکتور ۴ درجه آزادی دارد و حال آنکه ۶ معادله داریم (در صورتی که برای هر درجه آزادی باید یک معادله داشته باشیم).

هر نوع قیدی در سیستم اعمال شود، یک درجه آزادی را کم می‌کند و لذا وقتی دو زیر سیستم را با هم در نظر می‌گیریم، ۴ معادله به دست می‌آید و دوتای آنها حذف می‌شود. پس کل تراکتور ۴ معادله حرکت دارد.

حرکت تراکتور روی سطح شیب‌دار با سرعت متغیر

Tractor movement on inclined plane with variable velocity



در شکل نشان داده شده:

- در تعادل دینامیکی سیستم مختصات شامل دو نوع نیرو است که یکی نیروهای واقعی و دیگری نیروهای دینامیکی ناشی از اینرسی می باشند.
- در شکل نیروهای واقعی با سهم‌های ممتد و نیروهای ناشی از اینرسی به صورت خط چین نشان داده شده اند، چون واقعی نمی باشند (وجود خارجی ندارند).
- یک کوپل اینرسی به خود تراکتور وارد می‌شود که با چرخش تراکتور مخالفت می‌کند.
- یک کوپل اینرسی هم به چرخ وارد می‌شود، چون دومین جسم چرخان خود چرخ است که این کوپل با تغییر دور آن مخالفت می‌کند.

۱- تغییر ناگهانی سرعت در تراکتور به دو حالت صورت می‌گیرد:

الف- افزایش سرعت و ب- کاهش سرعت

و در این دو حالت نیروی اینرسی $F=(G_t/g)(a_G)_x$ وارد می‌شود که با تغییر ناگهانی سرعت مخالفت می‌کند.

مثال: می‌خواهیم سرعت یک تراکتور با جرم 3000 kg را از حالت توقف در مدت 5 s به $3/6 \text{ km/h}$ برسانیم:

$$F = \left(\frac{G_t}{g} \right) (a_g)_x = 3000 \left(\frac{1 - 0}{5} \right) = 600 \text{ N}$$

همین تراکتور را می‌خواهیم در مدت 0.5 s متوقف کنیم:

$$F' = 3000 \left(\frac{1 - 0}{0.5} \right) = 6000 \text{ N}$$

بنابراین، زمان بسیار مهم است و نیروی اینرسی در هنگام ترمز کردن شدید است و ظهور آن بیشتر است.

۲- اگر به هر دلیلی تعادل تراکتور برهم بخورد و تراکتور بخواهد به عقب دوران کند، مؤلف دوم اینرسی یعنی $F=(G_t/g)(a_G)_z$ ظاهر می‌شود و این نیروی اینرسی تمایل دارد از چپه شدن تراکتور جلوگیری کند.

۳- کوپل اینرسی $I_t \alpha_t$ موقعی ظاهر می‌شود که تراکتور بخواهد حول محور عرضی بچرخد، که I_t ممان اینرسی کل تراکتور حول محور عرضی تراکتور است.

۴- کوپل اینرسی $I_w \alpha_w$ هم زمانی ظاهر می‌شود که چرخ تغییر دور داشته باشد که α_w نسبت به شاسی یا بدنه تراکتور است.

- لازم به توضیح است که **مقاومت هوا** هم ظاهر می‌شود که چون سرعت تراکتور کم است از آن صرف‌نظر می‌کنیم.

- **نیروهای ژيروسکوپی** نیز که موقع دوران داشتن یا دور زدن تراکتور یا هر وسیله دیگر ظاهر می‌شوند، وجود دارند. در تراکتور قطعات دورانی زیاد است (مثل موتور)، لذا اگر خود تراکتور هم حرکت دورانی نداشته باشد و دور نزند و به عبارت دیگر، در خط مستقیم حرکت کند، این نیروها وجود دارند، ولی در کل از آنها نیز صرف‌نظر می‌شود.

$$\Sigma \vec{F} - m \vec{a} = \vec{0}$$

$$\Sigma F_x = ma_x \Rightarrow H - R_r - R_f - G_t \sin \beta - P \cos \theta = \left(\frac{G_t}{g} \right) (a_G)_x$$

$$H - R_r - R_f - G_t \sin \beta - P \cos \theta - \left(\frac{G_t}{g} \right) (a_G)_x = 0 \quad (1)$$

- در صورتی تراکتور شتاب می‌گیرد که نیروی H (مقدار thrust) که در سطح زمین ایجاد می‌شود، بیشتر از نیروهای منفی (نیروهایی که با حرکت مخالفت می‌کنند) موجود در رابطه ۱ بشود. در این صورت تغییر سرعت (شتاب) داریم.
- مفهوم رابطه ۱ این است که یک نیروی اضافی نیز در خلاف جهت حرکت ظاهر می‌شود که H باید آن را هم خنثی کند. به عبارت دیگر، وقتی عملیات شخم‌زدن را انجام می‌دهیم و ترمز می‌گیریم و یا برعکس سرعت را زیاد می‌کنیم، یک نیروی مقاوم دیگر هم ظاهر می‌شود.

$$\Sigma F_z = ma_z \Rightarrow Z_r - Z_f - P \sin \beta - G_t \cos \beta = \left(\frac{G_t}{g}\right) (a_G)_z$$

$$Z_r + Z_f - P \sin \beta - G_t \cos \beta - \left(\frac{G_t}{g}\right) (a_G)_z = 0 \quad (2)$$

معادلات ۱ و ۲ برای حرکت انتقالی (Translational motion) هستند.

$$\Sigma M_A = I_t \alpha_t + ma_G d$$

d: فاصله بین مرکز جرم تا مرکز دوران

$$Z_f \cdot WB' + P \cdot Z_1' + (G_t \sin \beta) h'_G - (G_t \cos \beta) x'_G + I_w \alpha_w = I_t \alpha_t + \left(\frac{G_t}{g}\right) (a_G)_z x'_G - \left(\frac{G_t}{g}\right) (a_G)_x h'_G \quad (3)$$

α_w : شتاب زاویه‌ای چرخ

قبلاً اشاره شد که از ۶ معادله نوشته شده برای دو زیرسیستم در نظر گرفته شده، ۲ تای آنها بر اثر قیود حذف خواهد شد و در نهایت ۴ معادله بدست می‌آید.

تا اینجا ۳ رابطه نوشته شده است و تنها یک رابطه دیگر احتیاج داریم تا بتوانیم حرکت تراکتور با ۴ درجه آزادی را تفسیر و بررسی کنیم. یک رابطه هم برای چرخ می‌نویسیم:

$$I_w = \ddot{\phi}_w = T_r - Hr_r \quad (۴)$$

مفهوم اصلی Slip:

$$i = 1 - \frac{V_a}{V_t} \rightarrow i = 1 - \frac{\dot{x}_w}{r_r \dot{\phi}_w}$$

- معادله ۳ برای تفسیر تعادل و پایداری طولی تراکتور به کار می‌رود:

$$\Sigma M - I.\alpha = 0$$

$$PZ'_1 + G_t h'_G \sin \beta + Z_f WB' + I_w \alpha_w + \left(\frac{G_t}{g}\right)(a_G)_x h'_G$$

$$- [G_t x'_G \cos \beta + I_t \alpha_t + \left(\frac{G_t}{g}\right)(a_G)_z \cdot x'_G] = 0$$

اگر مقادیر داخل کروشه زیاد شوند، به تعادل و پایداری تراکتور کمک می‌کنند.

از نظر تعادل، اضافه کردن وزنه به شاسی باعث افزایش I_t شده و تعادل را بهبود می‌بخشد. در صورتی که وسایل کمک کش و اضافه کردن آب داخل چرخ عقب، باعث افزایش I_w شده و تعادل کمتر می‌شود.

- اگر سایر عوامل ثابت باشند، با افزایش ممان اینرسی تراکتور احتمال واژگون شدن تراکتور کم می‌شود.
- عامل سوم، ارتفاع مرکز ثقل تراکتور است یعنی $h'g$. بنابراین در لحظه‌ای که تراکتور روی سطح شیب‌دار حرکت می‌کند فاصله عمودی خیلی مهم است و دو حالت دارد:
- الف- وقتی مرکز ثقل تراکتور بالاتر از مرکز چرخ قرار دارد، طول بازوی وزن بیشتر شده و تعادل بهبود بخشیده می‌شود.
- ب- وقتی مرکز ثقل پایین‌تر از مرکز چرخ قرار بگیرد، طول بازوی وزن کوتاه‌تر شده و باعث عدم تعادل می‌شود.
- در مورد تأثیر ترم‌های I_w ، I_t و $h'g$ بحث کردیم. لیکن در مورد عوامل دیگر، چون هم داخل کروسه هستند و هم بیرون از کروسه، نمی‌توانیم بحث کنیم.
- وقتی در موقع حرکت در سطح شیب‌دار کلاچ بگیریم، اگر I_w زیاد باشد، احتمال واژگون شدن تراکتور بیشتر است، چون ترم $I_w \alpha_w$ هرچه کمتر باشد در بهبود تعادل بهتر است.