

# محاسبات فنی

## فصل اول: محاسبات طول

یکاهای اندازه‌گیری طول

مقیاس

تولرانس

محاسبه محیط

تقسیمات طولی

یکاهای اندازه‌گیری زاویه

محاسبه روابط مثلث

محاسبه طول گسترده

## یکاهای اندازه‌گیری طول اندازه‌گیری

همهٔ انسان‌ها از ابتدا خواهان این بودند که توانایی‌ها و دارایی‌های‌شان قابل اندازه‌گیری باشد، بنابراین فرایند اندازه‌گیری و سنجش از اهمیت زیادی برخوردار بود و هر فردی دلش می‌خواست ویژگی‌ها و نتیجهٔ کار خود را با معیاری اندازه‌گیری کند.

اندازه‌گیری فرایندی است که اندازهٔ ویژگی‌های یک چیز را مشخص می‌کند، به‌طور مثال ویژگی‌هایی مانند طول، جرم، و زمان که آنها را با یکای اندازه‌گیری استاندارد، مانند متر، کیلوگرم، و ثانیه اندازه‌گیری می‌کنند.

امروزه قوانین و نظریه‌های فیزیکی و شیمی به‌صورت معادلات ریاضی بیان می‌شوند. برای فهم درستی این رابطه‌های ریاضی نیاز به آزمودن این قوانین در دنیای واقعی می‌باشیم، بنابراین، اندازه‌گیری مهارتی است که میان نظریه علمی و دنیای واقعی ارتباط برقرار می‌کند و این ارتباط دوطرفه است.

## یکاهای سیستم SI

یکی از جنبه‌های مشترک بین همه اندازه‌گیری‌ها وجود یک یکای اندازه‌گیری است. یکا مقیاسی است جهت اندازه‌گیری کمیت‌ها بدین معنا که، کمیت مورد نظر چند برابر کمیتی است از همان جنس، که به عنوان مقیاس انتخاب شده است، این مقیاس را یکای آن کمیت می‌نامند. دانشمندان برای آنکه رقم‌های حاصل از اندازه‌گیری‌های مختلف یک کمیت با هم مقایسه‌پذیر باشند، در گردهمایی‌های بین‌المللی توافق کرده‌اند که برای هر کمیت یکای معینی تعریف کنند. یکای هر کمیت باید به گونه‌ای انتخاب شود که در شرایط فیزیکی تعیین شده تغییر نکند و در دسترس باشد. مجموعه یکاهای مورد توافق بین‌المللی را به اختصار یکای SI یا سیستم بین‌المللی می‌نامند.

◀ **کمیت اصلی:** آن دسته از کمیت‌هایی را که یکاهای آنها به‌طور مستقل تعریف شده‌اند کمیت اصلی و یکاهای آنها را یکاهای اصلی می‌نامند. کلیه کمیت‌های اصلی در جدول ۱-۱ آمده است.

◀ **کمیت فرعی:** کمیتی است که به یک یا چند کمیت اصلی وابسته است و از ترکیب

چند یکا تشکیل شده است، مانند یکای سرعت که متر بر ثانیه ( $\frac{m}{s}$ ) است و به عنوان کمیتی  
بر حسب طول و زمان به حساب می آید.

۳

## کمیت‌های اصلی سیستم SI

جدول ۱-۱ کمیت‌های اصلی در سیستم SI

نماد	یکا	کمیت‌های اصلی SI
kg	کیلوگرم	جرم
s	ثانیه	زمان
A	آمپر	شدت جریان الکتریکی
K	کلوین	دما
mol	مول	مقدار ماده
cd	کاندلا	شدت نور

## پیشوندهای یکاهای SI (ضرایب)

با نشان دادن اجزاء و اضعاف مت، از شش‌دها، حده ل، ۲-۱ استفاده می‌شود که این

جدول ۱-۲ پیشوندهای یکاهای سیستم SI

T	ترا	
G	گیگا	
M		
h	هکتو	
da		
d		$0.1 = 10^{-1}$
C	سانتی	$0.01 = 10^{-2}$
	میلی	$0.001 = 10^{-3}$
	میکرو	$0.000001 = 10^{-6}$
n	نانو	$0.000000001 = 10^{-9}$
p	پیکو	$0.000000000001 = 10^{-12}$
f	فمتو	$0.0000000000000001 = 10^{-15}$
a	آتو	$0.000000000000000001 = 10^{-18}$



## یکای طول

یکای طول در سیستم بین‌المللی SI برابر متر است. در سال ۱۷۹۱ م  $\frac{1}{4000000}$  طول نصف‌النهار کره زمین که از پاریس می‌گذشت به عنوان متر شناخته شد. در ۱۷۹۹ م منشور پلاتین با مقطع مستطیل و در ۱۸۸۹ منشوری با مقطع X (شکل ۱-۱) از جنس آلیاژ پلاتین ایریدیم به نام متر مبنا ساخته شد. این میله در مقابل تغییرات دما کمتر حساس بود. این استاندارد متر، نمونه بین‌المللی متر نامیده شد و هنوز در موزه سور فرانسه نگهداری می‌شود.



شکل ۱-۱

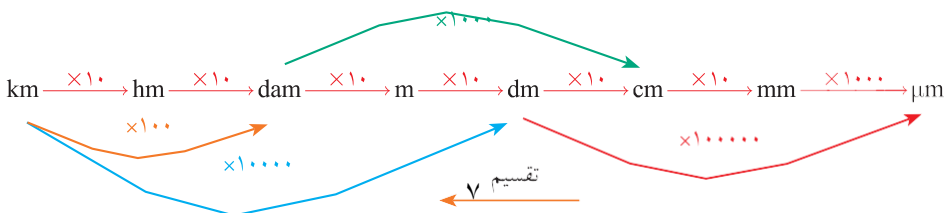
در سال ۱۹۶۰ م، متر  $165076373$  برابر طول موج نور قرمز - نارنجی گسیل شده از گاز کریپتون ۸۶، تعریف شد. البته این تعریف هم دیری نپایید که جای خود را به تعریف جدید متر داد:

یک متر طول مسیری است که نور در خلأ در زمان کوتاه  $\frac{1}{299792458}$  ثانیه طی می‌کند.

## تبدیل یکای طول

### روش اول

در این روش می‌توان از نمودار زیر استفاده کرد.







تمرین نمونه ۱

۸۲۰۴,۶mm = ? hm (ب)

۸۲۰۴,۶mm  $\div 10^5$   $\rightarrow 8204,6 \times 10^{-5}$  hm

۲,۶cm = ?  $\mu$ m (الف)

۲,۶cm  $\times 10^4$   $\rightarrow 2,6 \times 10^4 \mu$ m

iodam = ? qm

Grimm = ?dam

m =  $10^{-3}$  da =

۱۲۵dam  $\times 10^7$   $\rightarrow 125 \times 10^7 \mu$ m ۲۵mm  $\times 10^{-4}$   $\rightarrow 25 \times 10^{-4}$  dam

da =  $10^1$   $\mu = 10^{-6}$

$\cdot 10^6$   $\cdot 10^{-7}$

هر اینچ ۲۵/۴ میلی متر است.

۱ yd (yard) ۳ ft (foot) ۱۲ in (inch)

مایل (mile) را با mi نشان می دهند.

$in \xleftrightarrow{\times 25.4} mm$   
 $in \xleftrightarrow{\times 2.54} cm$   
 $in \xleftrightarrow{\times 0.0254} m$   
 $ft \xleftrightarrow{\times 0.3048} m$   
 $yd \xleftrightarrow{\times 0.9144} m$   
 $mi \xleftrightarrow{\times 1609.344} m$   
 $mi \xleftrightarrow{\times 1760} yd$   
 $yd \xleftrightarrow{\times 3} ft$   
 $ft \xleftrightarrow{\times 12} in$

### تمرین نمونه ۲

الف)  $۲ \text{ in} = ? \text{ mm}$

$$۲ \text{ in} = ۲ \times ۱۲ \text{ ft} = ۲۴ \text{ ft} \xrightarrow{\times 25.4} ۶۰۹.۶ \text{ mm}$$

ب)  $۲.۸ \text{ mi} = ? \text{ m}$

$$۲.۸ \text{ mi} \xrightarrow{\times 1609.344} ۴۵۰۶.۱۶۳۲ \text{ m}$$

ج)  $۲۸ \text{ in} = \dots \text{ ft}$

$$۲۸ \text{ in} = ۲۸ \div ۱۲ = ۲.۳۳ \text{ ft}$$

اندازه	ضریب تبدیل	یکای موردنظر	اندازه	ضریب تبدیل	یکای موردنظر
۱۲۰ cm	.....	..... m	۱۴ km	.....	..... m
۲۴۰ mm	.....	..... m	۴۲۰ $\mu\text{m}$	.....	..... m
۱۷٫۵ dm	.....	..... m	۲۳ dam	.....	..... m
۲۰ hm	.....	..... m	۱۴٫۷ cm	.....	..... m
۱۶٫۵ mm	.....	..... cm	۱۴ dm	.....	..... cm
۰٫۴ m	.....	..... cm	۲٫۴ m	.....	..... cm
۳٫۰۲۱ m	.....	..... dm	۱۴۵ mm	.....	..... dm
۶٫۲ km	.....	..... dm	۲۸٫۹ hm	.....	..... dm
۱۹٫۶ cm	.....	..... mm	۱۲۴ $\mu\text{m}$	.....	..... mm
۳٫۵۱ dm	.....	..... mm	۰٫۰۴ dm	.....	..... mm
۲٫۰۸ mm	.....	..... $\mu\text{m}$	۲٫۱ dm	.....	..... $\mu\text{m}$
۰٫۰۲ km	.....	..... $\mu\text{m}$	۵٫۱۵ cm	.....	..... $\mu\text{m}$

۱

۲. اندازه‌های اینچی زیر را برحسب یکاهای موردنظر در سیستم بین‌المللی SI به‌دست آورید.

اندازه	ضریب تبدیل	یکای موردنظر	اندازه	ضریب تبدیل	یکای موردنظر
$\frac{1}{4}$ in	.....	..... m	$5\frac{1}{4}$ in	.....	..... mm
$\frac{7}{8}$ in	.....	..... cm	$2\frac{5}{8}$ in	.....	..... cm
$\frac{3}{16}$ in	.....	..... mm	$3\frac{5}{16}$ in	.....	..... m
$\frac{1}{2}$ in	.....	..... cm	$4\frac{1}{2}$ in	.....	..... cm

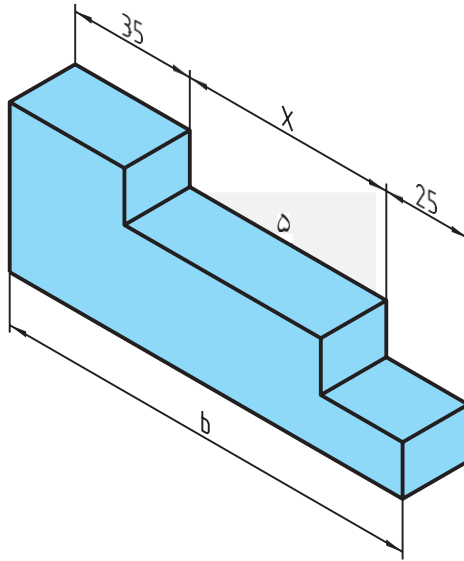
۳. اندازه‌های زیر را به یکاهای انگلیسی موردنظر تبدیل کنید.

اندازه	ضریب تبدیل	یکای موردنظر	اندازه	ضریب تبدیل	یکای موردنظر
۱۲٫۵ cm	.....	..... in	۱۲۰ m	.....	..... yd
۲۱۰ mm	.....	..... in	۲۱۵۰ m	.....	..... mi
۴۵٫۳ m	.....	..... in	۲٫۳ m	.....	..... ft

۴. اندازه‌های زیر را برحسب یکای خواسته‌شده به دست آورید.

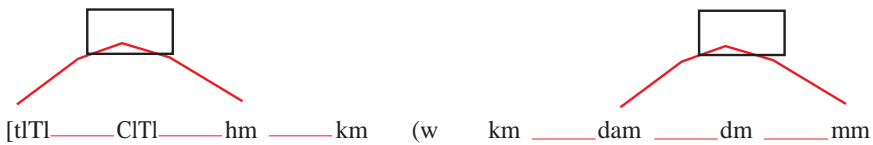
اندازه	ضریب تبدیل	یکای موردنظر	اندازه	ضریب تبدیل	یکای موردنظر
$8\frac{1}{2}$ in	.....	..... ft	۵٫۴۲ ft	.....	..... in
۳٫۷ mi	.....	..... in	۲٫۸۶ mi	.....	..... ft
۲٫۲۵ yd	.....	..... in	۲۱٫۶ ft	.....	..... yd

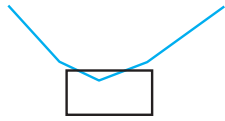
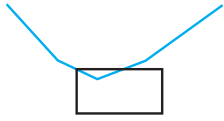
۵. در شکل زیر مقدار  $b = ۱۲۰ \text{ mm}$  ، مقدار  $X$  را بر حسب متر، سانتی متر، میلی متر و اینچ



$۱۲/۵ \text{ cm}$   $A = \text{in}$      $B = \text{— in}$      $C = ۳ \text{— in}$      $D = ۱ \text{— in}$

$۲۱۰ \text{ mm}$





## مقیاس

مقیاس ارتباط بین اندازه‌های ترسیمی با اندازه‌های آنها، در دنیای واقعی را مشخص می‌کند. انتخاب مقیاس از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. مقیاس در حقیقت توصیف یک نسبت است. به عبارتی نسبت اندازه ترسیمی به اندازه حقیقی را مقیاس می‌نامند.

$$\text{مقیاس (S.C)} = \frac{\text{اندازه ترسیمی}}{\text{اندازه حقیقی}}$$

در نقشه‌کشی قطعات صنعتی همیشه نمی‌توان آنها را با ابعاد حقیقی روی کاغذ ترسیم کرد. برای ابعاد بزرگ‌تر از اندازه کاغذ، آنها را با مقیاس کاهنده ترسیم می‌کنند (کوچک‌تر از مقیاس ۱:۱) و برای ابعاد خیلی کوچک آنها را با مقیاس افزایشنده (بزرگ‌تر از ۱:۱) ترسیم می‌کنند (جدول ۱-۳).

جدول ۱-۳

مقیاس $1 >$	مقیاس ۱:۱	مقیاس $1 <$
طول ترسیمی کوچک‌تر از طول حقیقی	طول ترسیمی برابر با طول حقیقی	طول ترسیمی بزرگ‌تر از طول حقیقی

در صنعت مکانیک معمولاً نقشه به اندازه واقعی یا مقیاس ۱:۱ ترسیم می‌شود، و در صنعت الکترونیک نقشه معمولاً بزرگ‌تر از اندازه واقعی ترسیم می‌شود (مثلاً ۱۰ برابر بزرگ‌تر) که در این صورت مقیاس نقشه ۱۰:۱ خواهد بود. در نقشه‌های ساختمانی نقشه کوچک‌تر از اندازه واقعی است که اکثراً مقیاس نقشه، عددی کسری است که صورت آن یک و مخرج آن عددی صحیح است و نشان می‌دهد که نقشه به همان نسبت کوچک شده است.

به طور مثال مقیاس ۱:۱۰۰ نشان می‌دهد هر یک سانتی‌متر از نقشه معادل ۱۰۰ سانتی‌متر در اندازه واقعی است.

مقیاس‌های افزایشنده و کاهشنده تحت نرم برابر نمودار زیر است:

۱۰:۱	—	۱۰ × اندازه حقیقی = اندازه ترسیمی
۵:۱	—	مقیاس افزایشنده (بزرگ‌تر از یک) = ۵ × اندازه حقیقی = اندازه ترسیمی
۲:۱	—	۲ × اندازه حقیقی = اندازه ترسیمی
۱:۱	—	مقیاس طبیعی (برابر با یک) = اندازه حقیقی = اندازه ترسیمی
۱:۲/۵	—	۱/۲/۵ × اندازه حقیقی = اندازه ترسیمی
۱:۵	—	۱/۵ × اندازه حقیقی = اندازه ترسیمی
۱:۱۰	—	مقیاس کاهشنده (کوچک‌تر از یک) = ۱/۱۰ × اندازه حقیقی = اندازه ترسیمی
۱:۲۰	—	۱/۲۰ × اندازه حقیقی = اندازه ترسیمی
۱:۵۰	—	۱/۵۰ × اندازه حقیقی = اندازه ترسیمی

## تمرین نمونه ۱

۱. تابلو راهنما به طول ۴/۲ متر با مقیاس ۱:۲۰ ترسیم شده است. اندازه ترسیمی آن در نقشه

چند میلی‌متر خواهد بود؟ (شکل ۱-۲)



شکل ۱-۲

$$\text{مقیاس (S.C)} = \frac{\text{اندازه ترسیمی}}{\text{اندازه حقیقی}}$$

$$\text{مقیاس} \times \text{اندازه حقیقی} = \text{اندازه ترسیمی}$$

$$\text{اندازه ترسیمی} = 4200 \text{ mm} \times \frac{1}{20} = 210 \text{ mm}$$





## تمرین نمونه ۲

مقدار ترسیمی اندازه‌های حقیقی جدول ۱-۴ را به دست آورید.

جدول ۱-۴

اندازه‌های حقیقی	مقیاس	مقیاس × اندازه حقیقی = اندازه ترسیمی
۳۴۵	۱:۵	$۳۴۵ \times \frac{1}{5} = ۶۹$
۲۲,۴	۲:۱	$۲۲,۴ \times \frac{2}{1} = ۴۴,۸$
۱۸۵	۱:۲,۵	$۱۸۵ \times \frac{1}{2,۵} = ۷۴$
۶۶,۷۵	۵:۱	$۶۶,۷۵ \times \frac{5}{1} = ۳۳۳,۷۵$
۳	۱۰:۱	$۳ \times \frac{10}{1} = ۳۰$
۸۴	۱:۱۰	$۸۴ \times \frac{1}{10} = ۸,۴$

## تمرین نمونه ۳

برای طراحی اجزای سازنده یک ساعت مچی عقربه‌ای، از یک نقشه با مقیاس ۵۰:۱ استفاده شده است. در صورتی که اندازه حقیقی قطر بیرونی یک چرخ‌دنده آن که با فناوری مدرن ساخته می‌شود ۴ میلی‌متر باشد برای ترسیم آن از چه اندازه‌ای باید استفاده کرد؟ (شکل ۱-۳)



شکل ۱-۳

$$\text{اندازه ترسیمی} = \frac{\text{اندازه حقیقی}}{\text{مقیاس (S.C.)}}$$

$$\frac{۵۰}{۱} = \frac{\text{اندازه ترسیمی}}{۴}$$

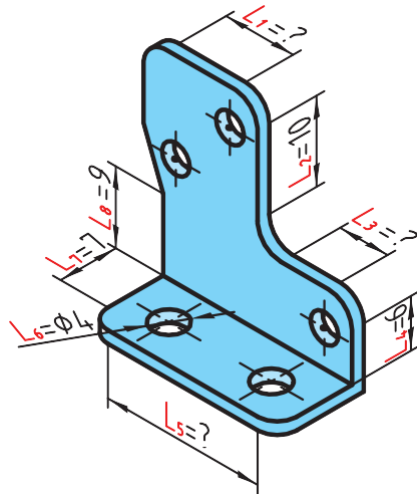
$$۱۸ \quad \text{اندازه ترسیمی} = ۴ \times ۵۰ = ۲۰۰ \text{ mm}$$



## ارزشیابی پایانی

۱. در شکل زیر مقادیر مورد نظر را با مقیاس ۳:۱ به دست آورید.

	اندازه واقعی	اندازه ترسیمی
$L_1$		۲۵٫۵
$L_2$		
$L_3$		۶٫۵
$L_4$		
$L_5$		۶۳
$L_6$		
$L_7$		
$L_8$		



۲. اندازه ترسیمی برای اندازه‌های واقعی زیر را با مقیاس ۴:۱ به دست آورید.

اندازه واقعی	اندازه ترسیمی
۱۲٫۶ cm	.....
	.....
	.....
	.....

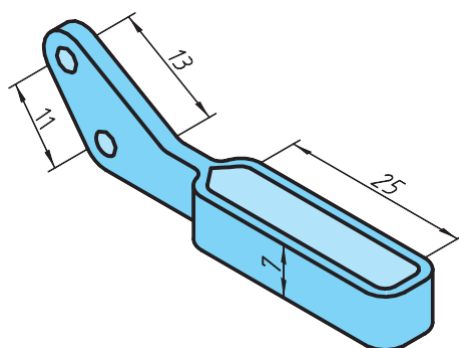
۳. اندازه ترسیمی برای اندازه‌های واقعی زیر را با مقیاس ۱:۲/۵ به دست آورید.

اندازه واقعی	اندازه ترسیمی
۲۸ cm	.....
۲۳۲ mm	.....
۰/۳۴ m	.....
۱۱۵ mm	.....

۴. جدول زیر را کامل کنید.

اندازه ترسیمی	اندازه واقعی	مقیاس
۱۴/۵ mm	؟	۱:۸
۱۰ cm	۲/۵ cm	؟
؟	۶/۳ mm	۳:۱

۵. اندازه‌های داده شده برای شکل زیر مقادیر واقعی آنهاست. در صورتی که بخواهیم این نقشه را با مقیاس ۵:۱ ترسیم کنیم، مقادیر اندازه‌های ترسیمی را به دست آورید.





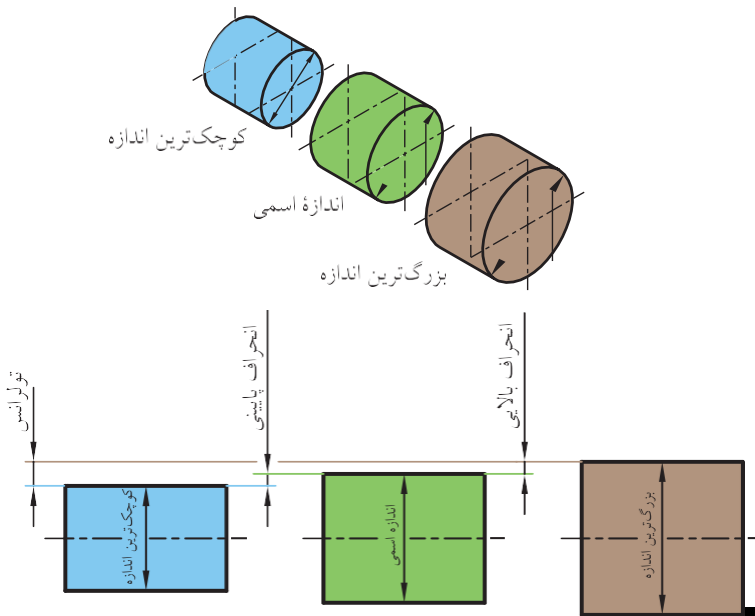
## تولرانس

در تولید قطعات صنعتی به دست آوردن اندازه دقیق اسمی به دلیل وجود خطاهای ابزارهای تولید، امری کاملاً محال است. تولیدکنندگان سعی می کنند که اندازه های تولیدی به اندازه های اسمی برسد، از این رو طراح اندازه خطای مجاز را در نقشه ذکر می کند و به آن خطای مجاز تولرانس می گویند (شکل ۱-۴).

این خطاها را به صورت عدد در نقشه کنار اندازه اسمی می نویسند، طوری که انحراف بالایی را بدون نماد در بالا و انحراف پایینی را بدون نماد در پایین اندازه اسمی می نویسند. مقدار تولرانس تفاوت میان انحراف بالایی و انحراف پایینی است و با نماد T نمایش داده می شود.

کوچکترین اندازه - بزرگترین اندازه = T (تولرانس)

انحراف پایینی - انحراف بالایی = T



شکل ۱-۴

نکته

اندازه اسمی: اندازه ای است که مورد نظر طراح است مانند  $\varnothing 22$  یا  $\varnothing 16/5$ .

انحراف بالایی + اندازه اسمی = بزرگترین اندازه

انحراف پایینی + اندازه اسمی = کوچکترین اندازه





به‌طور نمونه در  $25_{-0.07}^{+0.3}$  مقدار  $0.3$  را انحراف بالایی،  $-0.2$  را انحراف پایینی می‌گویند و مقدار تولرانس از روابط زیر به‌دست می‌آید.

$$T = \text{کوچک‌ترین اندازه} - \text{بزرگ‌ترین اندازه} = 25/3 - 24/8 = 0/5$$

$$T = \text{انحراف بالایی} - \text{انحراف پایینی} = +0/3 - (-0/2) = 0/5 \quad \text{و یا}$$

### تمرین نمونه ۱

در یک کارخانه تعدادی پایه میز ساخته شده است. برای این پایه‌ها باید لوله مونتاژی به منظور تنظیم ارتفاع میز ساخته شود تا با جابه‌جایی آن در پایه مقدار ارتفاع میز تغییر کند. اگر طراح قطر لوله تغییر ارتفاع را  $18_{-0.2}^{+0.5}$  mm در نظر بگیرد مقادیر بزرگ‌ترین اندازه، کوچک‌ترین اندازه و تولرانس را به‌دست آورید (شکل ۱-۵).

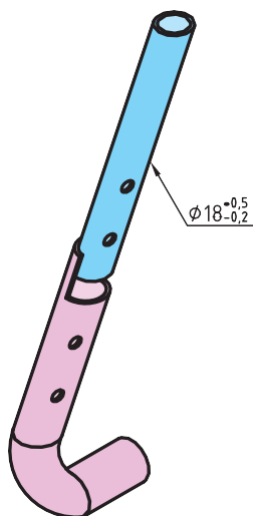
انحراف بالایی  $18_{-0.2}^{+0.5}$  mm  
انحراف پایینی

$$\text{بزرگ‌ترین اندازه} = 18 \text{ mm} + (+0/5 \text{ mm}) = 18/5 \text{ mm}$$

$$\text{کوچک‌ترین اندازه} = 18 \text{ mm} + (-0/2 \text{ mm}) = 17/8 \text{ mm}$$

$$\text{تولرانس} = \text{بزرگ‌ترین اندازه} - \text{کوچک‌ترین اندازه} = 18/5 - 17/8 = 0/7$$

$$\text{تولرانس} = \text{انحراف بالایی} - \text{انحراف پایینی} = +0/5 - (-0/2) = 0/7$$



شکل ۱-۵  
۲۵



## تمرین نمونه ۲

انحراف‌های اندازه  $\varnothing 53\text{mm}$  عبارت‌اند از  $+120\ \mu\text{m}$  و  $+32\ \mu\text{m}$  بزرگ‌ترین اندازه و کوچک‌ترین اندازه و تolerانس آن را به دست آورید.

$$+32\ \mu\text{m} = +0.032\ \text{mm} \quad , \quad +120\ \mu\text{m} = +0.120\ \text{mm}$$

$$\text{بزرگ‌ترین اندازه} = 53 + 0.120 = 53.120\ \text{mm}$$

$$\text{کوچک‌ترین اندازه} = 53 + 0.032 = 53.032\ \text{mm}$$

$$\text{تولرانس} = +0.120\ \text{mm} - (+0.032\ \text{mm}) = 0.088\ \text{mm}$$



## ارزشیابی پایانی

۱. در اندازه‌های زیر مقادیر بزرگ‌ترین اندازه، کوچک‌ترین اندازه و تولرانس را به دست آورید.

الف)  $53^{+0.12}_{-0.05}$  (ب)  $17^{+0.185}_{+0.24}$  (ج)  $12^{+0.05}$  (د)  $36_{-0.35}$  (هـ)  $20_{-0.09}^{-0.04}$

۲. انحراف اندازه  $\varnothing 21$  عبارت‌اند از  $+140 \mu\text{m}$  و  $-15 \mu\text{m}$  است. بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین اندازه و تولرانس آن را به دست آورید.

۳. یک فرمان کنترل با اندازه اسمی  $\varnothing 25$  دارای کوچک‌ترین اندازه  $24/75 \text{ mm}$  و بزرگ‌ترین اندازه  $25/15 \text{ mm}$  است. موارد زیر را به دست آورید:

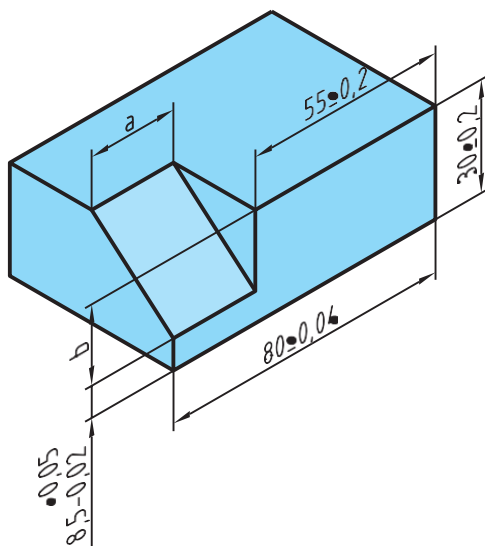
الف) انحراف بالایی

ب) انحراف پایینی

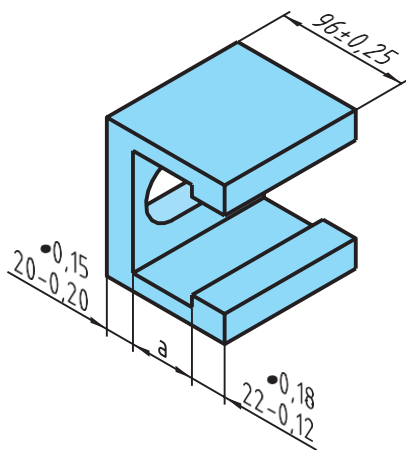
ج) مقدار تولرانس



۴. مقادیر بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین اندازه و تولرانس را برای اندازه‌های  $a$  و  $b$  به دست آورید.

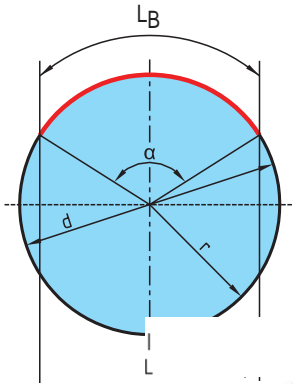


۵. بزرگ‌ترین اندازه  $a$  را در قطعه صنعتی زیر به دست آورید.





## محاسبه دایره، طول قوس دایره (شکل ۱-۱۰)



شکل ۱-۱۰

$$U = v \times d$$

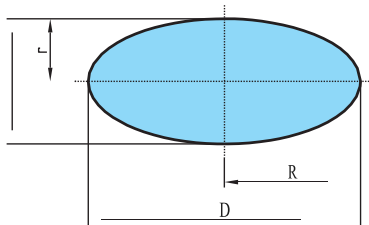
طول قوس یا قطعه دایره =  $L_B$

$$L_B = \frac{z \times d \times n}{360}$$

قطر دایره =  $d$

شعاع دایره ( $d = 2r$ ) =  $r$

$L$  = طول قطعه دایره (محاسبه این طول در صفحه ۸۹ گفته خواهد شد).



$$U = z \times \frac{D \times d}{\sqrt{2} \times (R' + r')}$$

یا دقت بیشتر

$U$  = محیط

$D$  = قطر بزرگ بیضی

$R$  = شعاع بزرگ بیضی

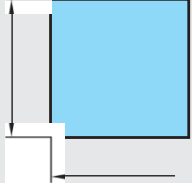
$d$  = قطر کوچک بیضی

$r$  = شعاع کوچک بیضی

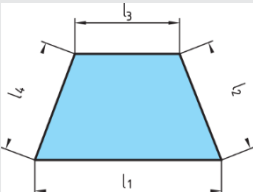


تعداد اضلاع = n      عرض = b      طول ضلع = l      محيط = U

مربع      دوزنقه




$U = 4 \times l$

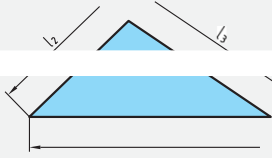


$U = l_1 + l_2 + l_3 + l_4$

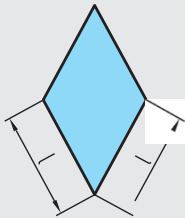
مستطيل



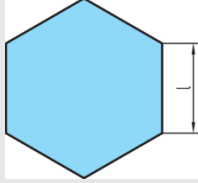
$U = 2 \times (l + b)$



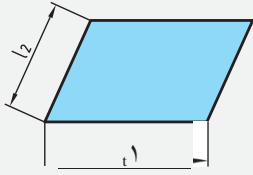
$U = l_1 + l_2 + l_2$



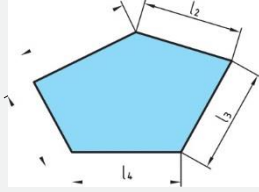
$U = 4 \times l$



$U = n \times f$



$U = 2 \times (l_1 + l_2)$

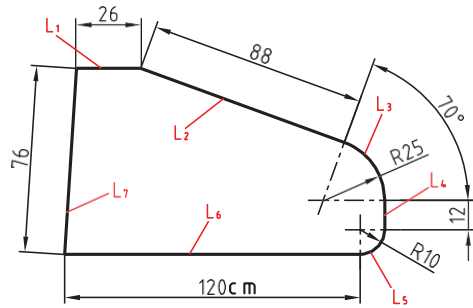


$U = l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5$



## تمرین نمونه ۱

برای ساخت بال هواپیمای شکل ۱-۱۲ از ورقه آلومینیومی استفاده شده است. طول محیط بال‌های افقی انتهایی هواپیما توسط یک ربات با لیزر بریده می‌شود، طول مسیر برش کاری را به دست آورید.



شکل ۱-۱۲

$$L_r = \frac{\pi \times d \times \alpha}{360} = \frac{3,14 \times 50 \times 70}{360} = 30,52 \text{ cm} \quad L_o = \frac{\pi \times 20}{4} = 15,7 \text{ cm}$$

$$L = L_1 + L_2 + L_r + L_3 + L_4 + L_5 + L_6 + L_7$$

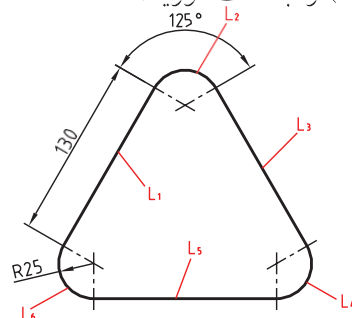
$$L = 26 + 88 + 30,52 + 12 + 15,7 + 120 + 76$$

$$L = 368,22 \text{ cm}$$

## تمرین نمونه ۲

برای ساختن میز شکل ۱-۱۳، از شیشه برش داده شده زیر استفاده شده است. طول مسیر برش

(محیط) را به دست آورید.



شکل ۱-۱۳

$$L_1 = L_r = L_o = 130 \text{ cm}$$

$$L_r = L_r = L_e = L_B = \frac{\pi \times d \times \alpha}{360} = \frac{3,14 \times 50 \times 125}{360} = 54,51 \text{ cm}$$

$$L = L_1 + L_2 + L_r + L_3 + L_4 + L_5 + L_6 = 3 \times L_1 + 3 \times L_r = 3 \times 130 + 3 \times 54,51 = 553,53 \text{ cm}$$



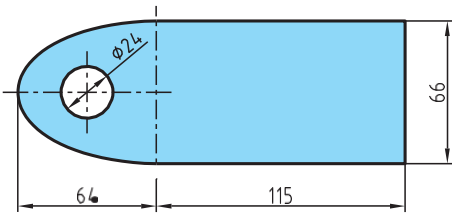
## ارزشیابی پایانی

۱. محیط دایره‌ای  $94/5$  میلی‌متر است، قطر آن را به دست آورید.

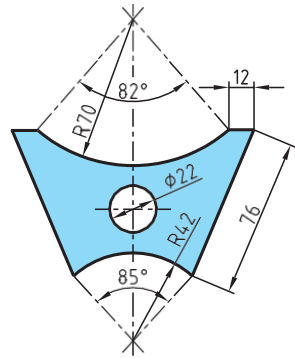


۲. در دیسک ترمز روبه‌رو تعداد ۱۲ عدد پیچ بر روی دایره‌ای به قطر ۱۶ سانتی‌متر بسته شده است. فاصله بین مرکز سوراخ‌ها ( $L_p$ ) را بر حسب میلی‌متر حساب کنید.

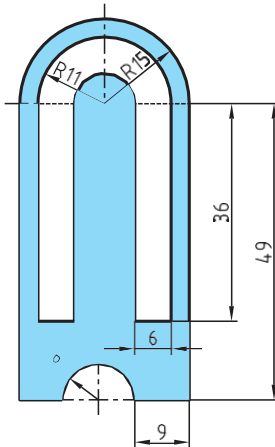
۳. محیط داخلی و خارجی قطعات مطابق شکل زیر را به دست آورید.



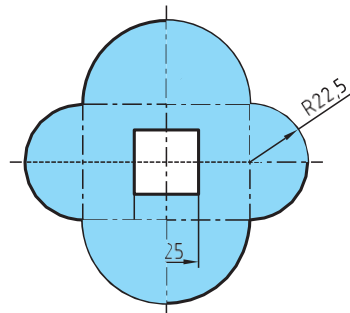
(ب)



(الف)



(د)



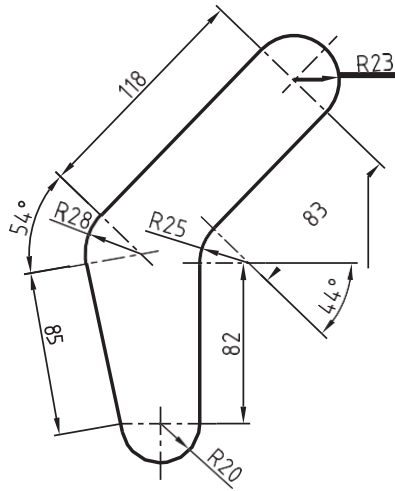
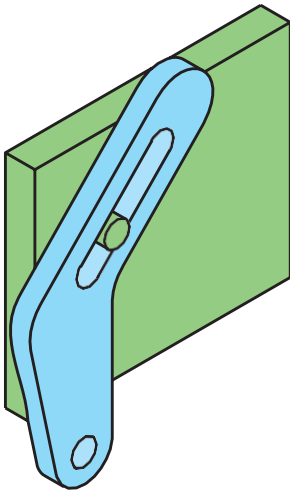
(ج)





۴. در آلاچیق مطابق شکل با قطر  $2/3$  m طول قسمت نرده کاری شده را به دست آورید.

۵. قطعه‌ای مطابق شکل با روش برش لیزر از ورق آلومینیومی ساخته شده است. طول مسیر برش را حساب کنید.



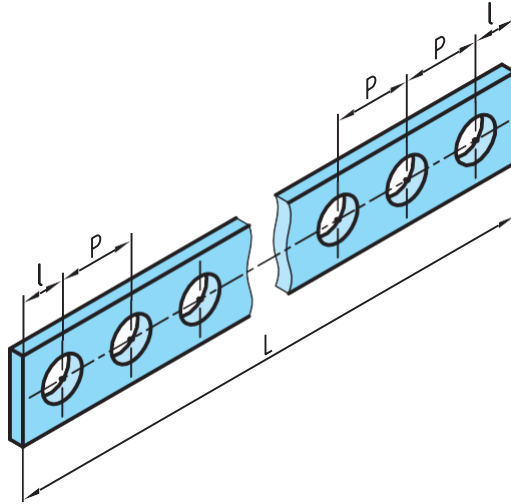
۶. در شکل زیر اندازه محیط استخر به طول  $l = 8/4$  m و عرض  $b = 5/2$  m را به دست آورید و در صورتی که بخواهیم از کاشی‌های  $40 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}$  برای کاشی کاری دور استخر استفاده کنیم چه تعداد کاشی لازم است؟





## تقسیمات طولی

در تولید قطعات صنعتی فاصله‌های بین اجزای یک قطعه از اهمیت بالایی برخوردار است و دقت تولید قطعات را در هنگام ساخت بالا می‌برد. از این جهت محاسبه طول مساوی بین اجزای مشابه و یا تقسیم یک قطعه به اجزای مساوی برای انجام عملیات خاص مورد توجه است. برای محاسبه طول تقسیمات مساوی از رابطه زیر استفاده می‌شود (شکل ۱-۶).



شکل ۱-۶

$$P = \frac{L - 2l}{n - 1}$$

$L$  = طول قطعه‌کار

$l$  = طول لبه قطعه‌کار تا مرکز اولین سوراخ

$P$  = فاصله بین مرکز دو سوراخ (گام)

$n$  = تعداد سوراخ

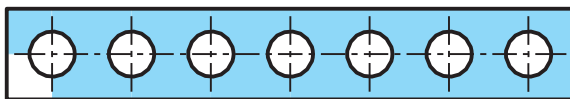
نکته

۱. همان‌طور که مشاهده می‌شود تعداد سوراخ‌ها از تعداد فاصله بین سوراخ‌ها، یکی بیشتر است.

۲. در تولید قطعه بالا حتماً باید  $r < \frac{P}{2}$  (شعاع سوراخ) باشد.



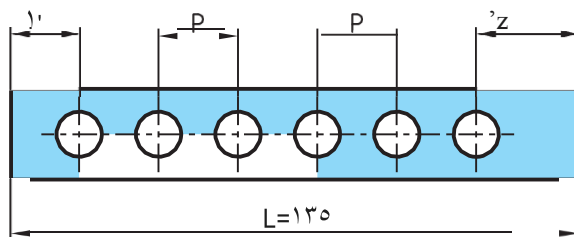
در روی تسمه‌ای مطابق شکل ۷-۱ در صورتی که ۷ سوراخ ایجاد شود و  $l = 10$  و  $L = 1400$



$$\frac{L - i/}{n - 1}$$

$$P = \frac{L - i/}{n - 1} = \frac{1400 - 10}{7 - 1} = 230 \text{ mm}$$

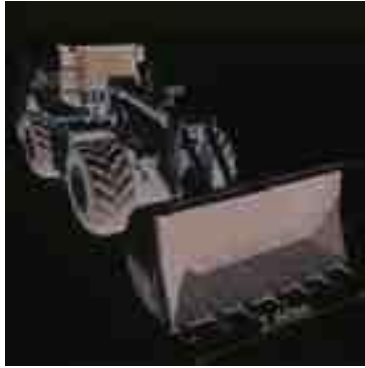
$$\frac{L - (l_1 + l_2)}{n - 1}$$



$$\frac{L - (I + J)}{n} = \frac{135 - (10 + 25)}{6 - 1} = \frac{100}{5}$$

### تمرین نمونه ۳

در ماشین خاکبرداری شکل ۱-۹ طول بیل خاکبرداری مطابق زیر است در صورتی که پهناي هر دندانه ۱۴cm باشد فاصله بين هر دندانه را به دست آورید.



شکل ۱-۹

$$l = \text{پهناي هر دندانه} = 14\text{cm}$$

$$n = \text{تعداد دندانه} = 7$$

$$L = 260\text{m} \xrightarrow{\times 100} 26000\text{cm}$$

تعداد دندانه      پهناي هر دنده

$$P = \frac{L - n \times l}{n - 1}$$

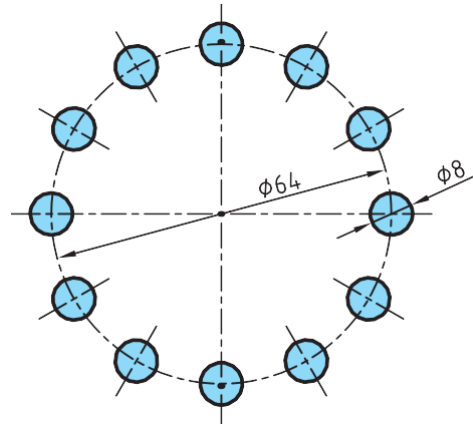
$$P = \frac{26000 - 7 \times 14}{7 - 1} = 27\text{cm}$$

فاصله بين دندانه‌ها



## ارزشیابی پایانی

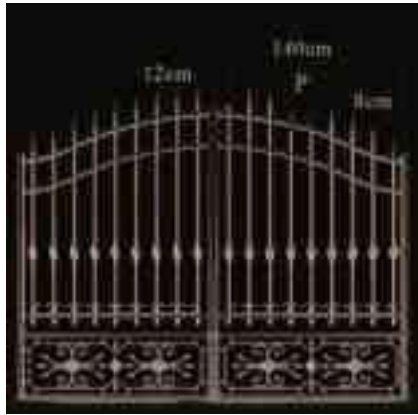
۱. در طراحی یک رولبرینگ از ۱۲ استوانه با قطر ۸ میلی متر استفاده شده است. در صورتی که قطر قفسه استوانه‌ها ۶۴ میلی متر باشد فاصله بین استوانه چقدر است.



۲. برای دسترسی به مخزن شکل زیر به یک نردبان به ارتفاع  $3/5$  متر نیاز است. در صورتی که مرکز پله اولی و آخری از دو سر نردبان ۳۵ سانتی متر فاصله داشته باشد و فاصله مرکز هر پله از پله بعدی ۲۰ سانتی متر باشد تعداد پله‌ها را به دست آورید.



۳. در صورتی که اندازه‌ها در ساخت یک در آهنی مطابق شکل باشد فاصله بین مرکز میله‌ها را به دست آورید.



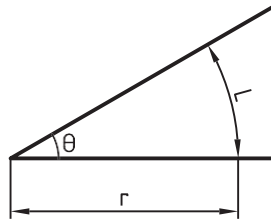
۴. در طراحی ساختمان زیر ۱۰ پنجره با پهنای هر پنجره  $1/4$  متر در نظر گرفته شده است، در صورتی که فاصله اولین و آخرین پنجره از لبه ساختمان با فاصله بین پنجره‌ها یکی باشد فاصله بین پنجره‌ها را به دست آورید.





## یکای اندازه‌گیری زاویه

زاویه یا گوشه یکی از مفاهیم هندسه است و به ناحیه‌ای از صفحه گفته می‌شود که بین دو نیم‌خط که سر مشترک دارند محصور شده است. به سر مشترک این دو نیم‌خط رأس زاویه یا گوشه می‌گویند (شکل ۱-۱۴).



شکل ۱-۱۴

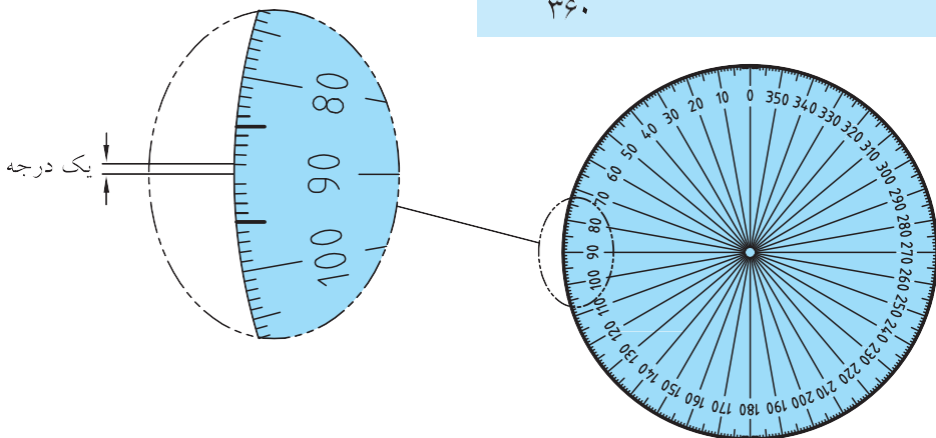
یکاهای اصلی برای اندازه‌گیری زاویه: درجه، رادیان و گراد است.

توجه: برای نمایش درجه از علامت ( $^{\circ}$ ) استفاده می‌شود.

## درجه

اگر محیط یک دایره دلخواه را به ۳۶۰ قسمت مساوی تقسیم کنیم هر قسمت را یک درجه می‌نامند (شکل ۱-۱۵).

یک درجه = زاویه مقابل به  $\frac{\text{محیط دایره}}{۳۶۰}$



شکل ۱-۱۵





همان گونه که می دانید معمولاً هر یکا دارای اجزائی است. درجه نیز به عنوان یکای اندازه گیری دارای اجزائی مانند دقیقه (') و ثانیه (") است.

$$1^\circ = 1' = \frac{1}{60} \times 1^\circ$$

هر دقیقه برابر  $\frac{1}{60}$  درجه است.

$$1^\circ = 1'' = \frac{1}{60} \times 1' = \frac{1}{3600} \times 1^\circ$$

هر ثانیه برابر  $\frac{1}{60}$  دقیقه یا  $\frac{1}{3600}$  درجه است.

$$1^\circ = 60' = 3600''$$

به عبارتی:

### تبدیل اجزای زاویه:



توجه: در نمودار بالا برای تبدیل یکای کوچک تر به بزرگ تر، از عمل تقسیم و در جهت عکس استفاده می شود.

### تمرین نمونه ۱

مقدار زاویه  $35''$  و  $42'$  و  $2^\circ$  را بر حسب الف) درجه، ب) دقیقه و ج) ثانیه حساب کنید.

(الف)

$$\begin{aligned} & 2^\circ + \\ & 42' = 42 \div 60 = 0,7^\circ + \\ & 35'' = 35 \div 3600 = 0,0097^\circ \\ & \qquad \qquad \qquad = \\ & \qquad \qquad \qquad 2,7097^\circ \end{aligned}$$

(ب)

$$\begin{aligned} 2^\circ &= 2 \times 60 = 120' + \\ & 42' + \\ 35'' &= 35 \div 60 = 0,583' = \\ & \qquad \qquad \qquad 162,583' \end{aligned}$$

(ج)

$$\begin{aligned} 2^\circ &= 2 \times 3600 = 7200'' + \\ 42' &= 42 \times 60 = 2520'' + \\ & 35'' = \\ & \qquad \qquad \qquad 9755'' \end{aligned}$$

ج)  $42^{\circ}$ ,  $27''$

ب)  $4821''$

الف)  $62,86^{\circ}$

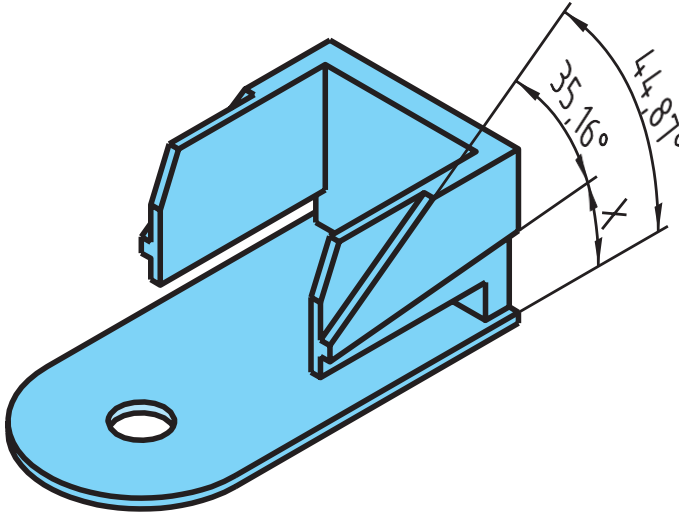
ج)  $14^{\circ}$ ,  $52''$

الف)  $34^{\circ}$ ,  $12'$ ,  $48''$     ب)  $22'$ ,  $35''$

۳. مقادیر خواسته شده زیر را به دست آورید.

A	B	A+B	A-B

۴. در قطعه زیر مقدار X را بر حسب درجه و دقیقه و ثانیه به دست آورید.



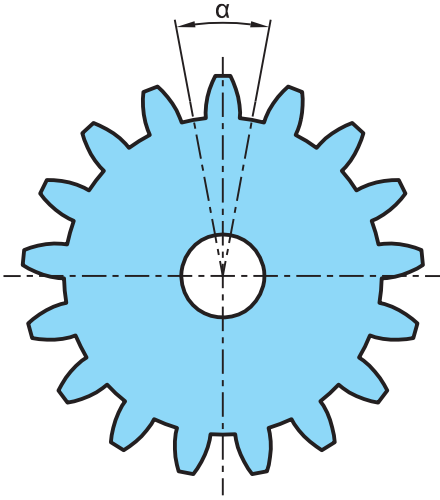
۵. چرخ دنده زیر ۱۷ دندانه دارد. زاویه  $\alpha$  را برحسب موارد خواسته شده به دست آورید.

الف) درجه

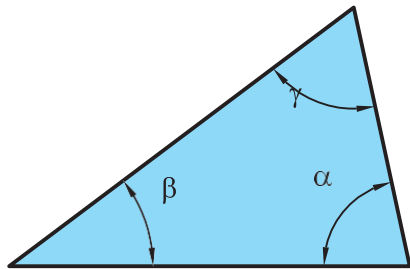
ب) دقیقه

ج) ثانیه

د) درجه و دقیقه



۶. در مثلث مطابق شکل زاویه  $\gamma$  را به دست آورید.

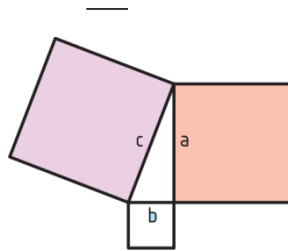


$$\beta = 36^\circ$$

$$\alpha = 76^\circ, 11'$$



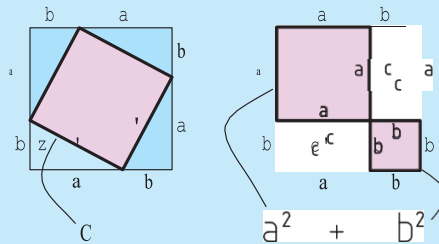
## مثلت



$$c^2 = a^2 + b^2$$

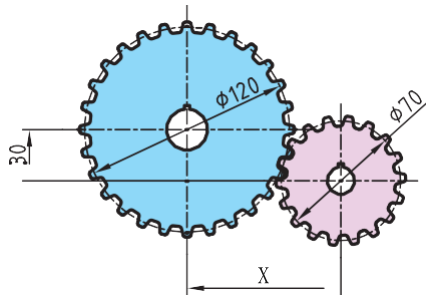
$a, b =$  اضلاع مجاور به زاویه قائمه  $c =$  ضلع مقابل به زاویه قائمه (وتر)

هر دو شکل مربعی هستند به ضلع  $(a+b)$ . در شکل اول، چهار مثلث قائم الزاویه برابر (مثلث‌های آبی) دور مربع ساخته شده بر روی وتر (مربع صورتی) وجود دارد. با چند جابه‌جایی در شکل اول، چپ به شکل دوم، راست، می‌رسیم. در شکل دوم، همان چهار مثلث قبلی آبی‌رنگ وجود دارند ولی مربع صورتی رنگ با اضلاع  $c$  به دو مربع یکی با ضلع  $a$  و دیگری با ضلع  $b$  تبدیل شده است، که همان قضیه فیثاغورس را نشان می‌دهد.



مساحت مربع با اضلاع  $b$  + مساحت مربع با اضلاع  $a$  = مساحت مربع با اضلاع  $c$

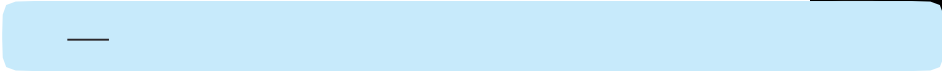
در چرخ‌دنده‌های شکل ۱۷-۱ مقدار  $X$  را به دست آورید.



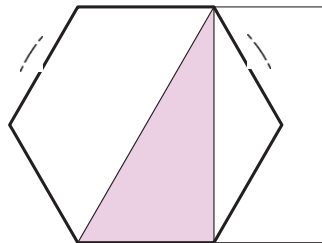
$$r = \frac{d}{2} = \frac{120}{2} = 60 \text{ mm} \quad r_2 = \frac{d_2}{2} = \frac{70}{2} = 35 \text{ mm}$$

$$c = r_1 + r_2 = 60 + 35 = 95 \text{ mm}$$

$$c' = a' + b' \rightarrow 95' = 30' + x' \rightarrow x = 95' - 30' = 65 \text{ mm}$$



الف) رابطه‌ای بین اندازه آچارخور (SW) و اندازه گوش تا گوش (e) را به دست آورید.  
 ب) اگر طول ضلع آن ۱۵ میلی‌متر باشد اندازه آچارخور، گوش تا گوش، تا گوش تا گوش چند میلی‌متر است؟



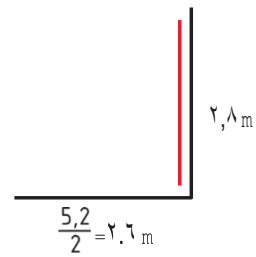


, 2

$$NI)e' = sw' + (-e)' \quad sw' = e' \frac{be' - e'}{re'} \quad sw = \frac{\sqrt{3}}{2} e$$

$$ب) \frac{e}{2} = 15\text{mm} \rightarrow e = 2 \times 15 = 30\text{mm} \quad sw = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 30 = 25,98\text{mm} \approx 26\text{mm}$$

کل ۱۹-۱، طول وتر هر شیروانه را بر حسب سانتی متر



$$c^2 = a^2 + b^2 \rightarrow x^2 = 2,6^2 + 2,8^2 = 14,6$$

$$X = \sqrt{14,6} \rightarrow X = 3,82\text{m} \quad \times 100 \quad x = 382\text{cm}$$

وتر c

ضلع مقابل به  $\alpha$

a = ضلع مقابل به زاویه  $\alpha$

b = ضلع مجاور به زاویه  $\alpha$



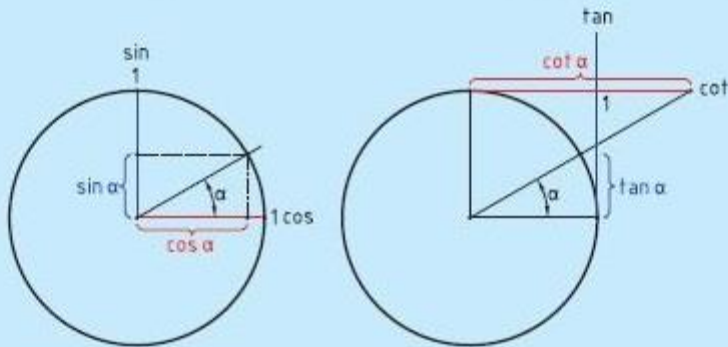
$$\alpha \text{ سینوس} = \frac{\text{مقابل زاویه } \alpha}{\text{وتر}} \rightarrow \sin n = \frac{a}{c}$$

$$\alpha \text{ کسینوس} = \frac{\text{ضلع مجاور زاویه } \alpha}{\text{وتر}} \rightarrow \cos n = \frac{b}{c}$$

$$\alpha \text{ تانژانت} = \frac{\text{ضلع مقابل زاویه } \alpha}{\text{ضلع مجاور زاویه } \alpha} \rightarrow \tan n = \frac{a}{b}$$

## نتایج مهم

۱. برای هر زاویه‌ای نسبت اضلاع معین وجود دارد.
۲. برای هر نسبت، زاویه مشخصی وجود دارد.
۳. مقادیر روابط مثلثاتی بر روی دایره واحد مطابق شکل روبه‌رو است.



	۰	۳۰	۴۵	۶۰	۹۰
sin	۰	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	۱
cos	۱	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	۰
tan	۰	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$	$\infty$
cot	$\infty$	$\sqrt{3}$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۰

نکته

در صورتی که مقدار نسبت مثلثاتی معلوم باشد به کمک جداول مثلثاتی در قسمت ضمايم، می توان مقدار زاویه  $\alpha$  موردنظر را به دست آورد.

مطالعه آزاد

### تابع های وارون مثلثاتی

در ریاضیات توابعی هستند که مقدار نسبت مثلثاتی را به مقدار زاویه تبدیل می کنند. این توابع را با لفظ آرک (arc) به صورت پیشوند قبل از نام توابع مثلثاتی به کار می برند. به طور مثال  $\arcsin$  را آرک سینوس می گویند.

$$x = \sin \alpha \rightarrow \alpha = \arcsin x$$

$$x = \cos \alpha \rightarrow \alpha = \arccos x$$

$$x = \tan \alpha \rightarrow \alpha = \arctan x$$

$$x = \cot \alpha \rightarrow \alpha = \text{arccot } x$$

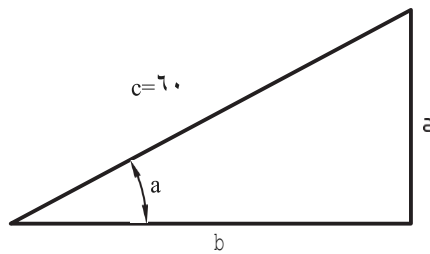
## تمرین نمونه ۱

برای زوایه‌های زیر نسبت‌های مثلثاتی را در جدول ۱-۶ کامل کنید.

جدول ۱-۶

زاویه	نسبت مثلثاتی			
	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\tan \alpha$	$\cot \alpha$
$\alpha$				
$10^\circ$	۰٫۱۷۳۶	۰٫۹۸۴۸	۰٫۱۷۶۳	۵٫۶۷۱۳
$۳۳^\circ ۴۰'$	۰٫۵۵۴۴	۰٫۸۳۲۳	۰٫۶۶۶۱	۱٫۵۰۱۳
$۴۲٫۷^\circ$	۰٫۶۷۸۱	۰٫۷۳۴۹	۰٫۹۲۲۷	۱٫۰۸۳۶
$۱۲^\circ ۲۰'$	۰٫۲۱۳۶	۰٫۹۷۶۹	۰٫۲۱۸۶	۴٫۵۷۳۶

اندازه ضلع  $a$  و  $b$  را در مثلث شکل ۱-۲۱ به دست آورید.

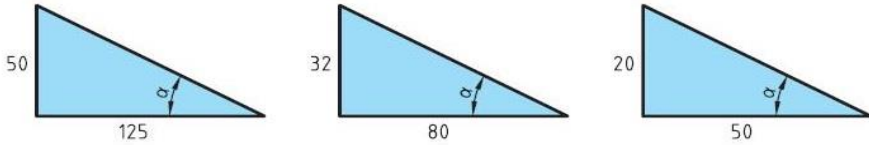


$$\sin \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل زاویه } \alpha}{\text{وتر}} \rightarrow \sin 28 = \frac{a}{60} \rightarrow a = 60 \times \sin 28 = 60 \times 0.469 = 28.14 \text{ mm}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{ضلع مجاور زاویه } \alpha}{\text{وتر}} \rightarrow \cos 28 = \frac{b}{60} \rightarrow b = 60 \times \cos 28 = 60 \times 0.882 = 52.92 \text{ mm}$$

### تمرین نمونه ۳

در هر یک از مثلث‌های شکل ۱-۲۲ مقدار زاویه  $\alpha$  را حساب کنید.



شکل ۱-۲۲

$$(۱): \tan \alpha = \frac{۵۰}{۱۲۵} = ۰,۴ \Rightarrow \alpha = ۲۱,۸۰^\circ \text{ یا } ۲۱^\circ, ۴۸'$$

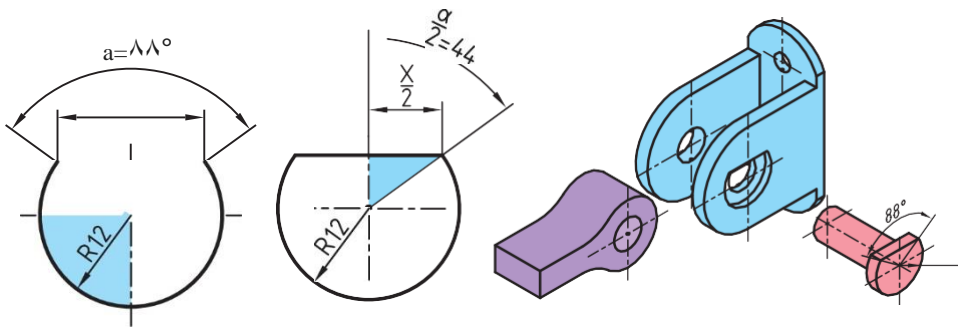
$$(۲): \tan \alpha = \frac{۳۲}{۸۰} = ۰,۴ \Rightarrow \alpha = ۲۱,۸۰^\circ \text{ یا } ۲۱^\circ, ۴۸'$$

$$(۳): \tan \alpha = \frac{۲۰}{۵۰} = ۰,۴ \Rightarrow \alpha = ۲۱,۸۰^\circ \text{ یا } ۲۱^\circ, ۴۸'$$

نتیجه مهم: اگر نسبت اضلاع با هم برابر باشند با وجود تغییر اندازه اضلاع، زوایا برابر می‌شوند.

### تمرین نمونه ۴

در پین شکل ۱-۲۳ اندازه X را به دست آورید.

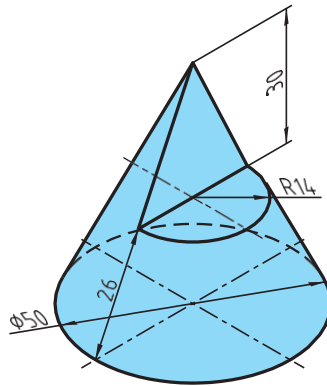


$$\sin \frac{\alpha}{۲} = \frac{X/۲}{r} \rightarrow \sin \frac{۸۸}{۲} = \frac{X/۲}{۱۲} \rightarrow \frac{X}{۲} = ۱۲ \times \sin ۴۴ \quad \frac{X}{۲} = ۱۲ \times ۰,۶۹۴ \rightarrow$$

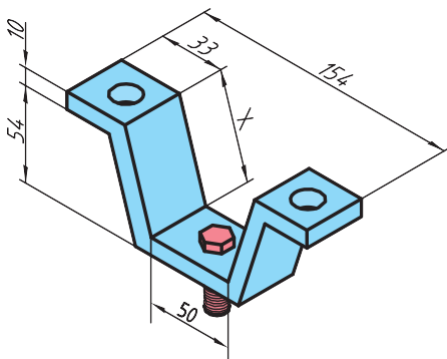
$$\frac{X}{۲} = ۸,۳۲۸ \rightarrow X = ۱۶,۶۵۶ \text{ mm}$$

## ارزشیابی پایانی

۱. در مخروط برش خورده زیر مقدار ارتفاع مخروط کامل و ناقص را به کمک روش فیثاغورس به دست آورید.



۲. در شکل روبه‌رو کف هرم یک مربع به ضلع ۴۴۰ متر و طول یال آن ۳۵۶ متر است ارتفاع هرم را به دست آورید.

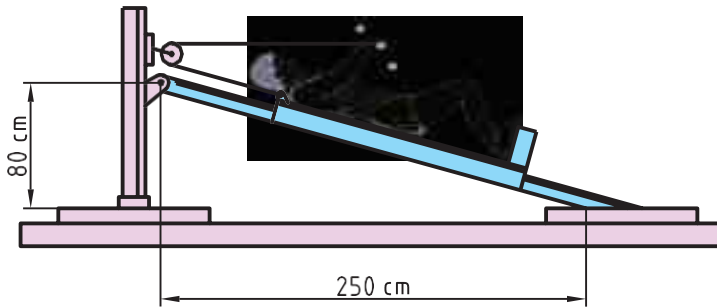


۳. در قطعه زیر مقدار  $X$  را به دست آورید.





۴. در دستگاه بدنسازی زیر میز دستگاه با کشیدن سیم جابه‌جا می‌شود. طول میز دستگاه و زاویه آن را نسبت به زمین به دست آورید.



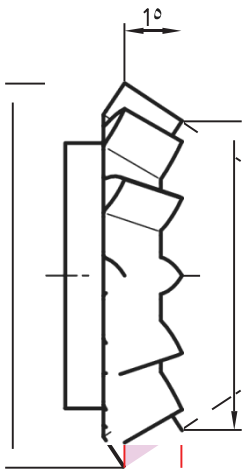
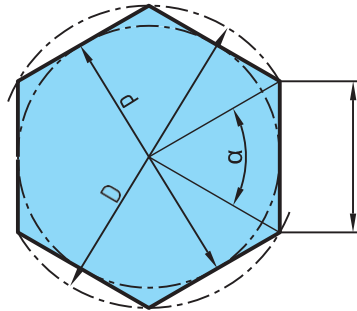
۵. در شکل زیر طول پایه میز را حساب کنید.



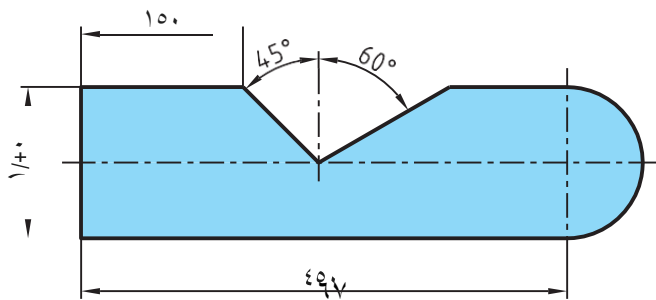
۶. در شکل زیر قطر چرخ ۳۲ سانتیمتر است فاصله دسته فرغون را تا زمین به دست آورید.



۷. در شش ضلعی زیر روابط مثلثاتی بین طول ضلع  $L$  و قطر دایره محیطی  $D$  و قطر دایره محاطی  $d$  را به دست آورید.



۸. ا#



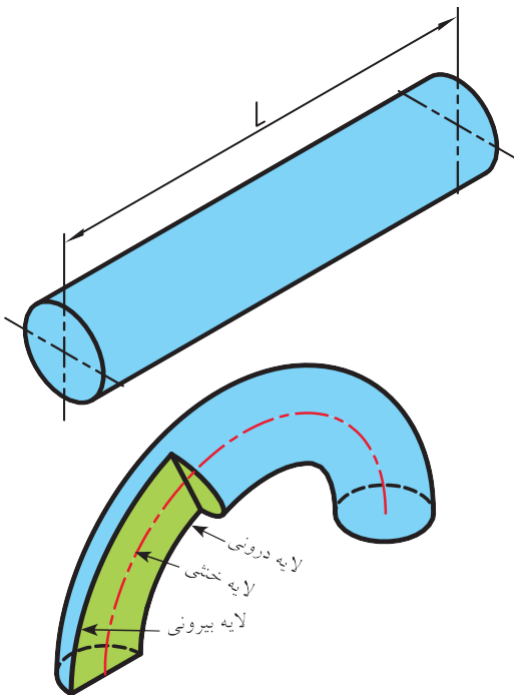
Tt >

## محاسبه طول گسترده

در تولید اکثر قطعات صنعتی استفاده از خم و قوس امری اجتناب‌ناپذیر است. در صورتی که از خم کردن قطعه برای تولید استفاده شود دانستن طول اولیه آن ضروری است. پیش از خم کاری طول قطعه در تمام لایه‌های جسم برابر است. در صورتی که قطعه‌ای خم کاری شود لایه بیرونی قطعه کشیده شده و طول آن افزایش می‌یابد و لایه‌های درونی قطعه فشرده شده و طول آن کاهش می‌یابد. بین لایه‌های بیرونی و درونی قطعه، لایه‌ای وجود دارد که در آن کشیدگی و فشردگی اتفاق نمی‌افتد و طول قطعه بدون تغییر می‌ماند. این طول را طول گسترده (لایه خنثی) قطعه نیز می‌نامند.

طول لایه خنثی = طول گسترده

تهیه قطعه اولیه نیاز به دانستن طول گسترده قطعه است. اگر طول قطعه اولیه از لایه بیرونی محاسبه شود قطعه پس از تولید اضافه اندازه خواهد داشت. برعکس اگر طول قطعه اولیه از لایه درونی فشرده شده، تهیه شود طول قطعه پس از خم کاری کاهش اندازه خواهد داشت. به همین منظور محاسبه طول گسترده از روی لایه خنثی ضروری است تا تولید نهایی درست و بی‌خطا باشد (شکل ۱-۲۴).



شکل ۱-۲۴

نکته

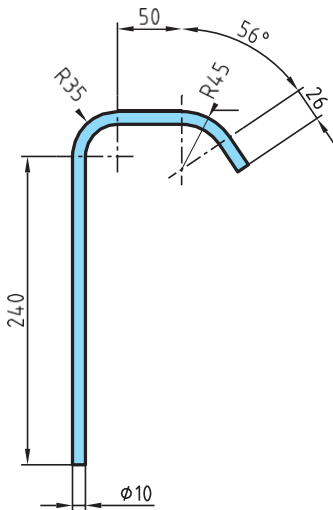
در قطعاتی که سطح مقطع آنها متقارن است این لایه خنثی بر روی محور تقارن است.



همان‌طور که در شکل دیده می‌شود سطح بیرونی قطعه پس از خم شدن دارای شعاع بیشتری نسبت به مرکز قطعه است و در نتیجه طولش بزرگ‌تر از سایر لایه‌ها و سطح درونی قطعه دارای شعاع کوچک‌تر و در نتیجه طولش کوچک‌تر از سایر لایه‌ها می‌شود.

### تمرین نمونه ۱

برای ساخت یک چراغ مطالعه، مطابق در شکل ۱-۲۵، لوله‌ای را خم کاری می‌کنیم. چه مقدار لوله خام لازم است تا پس از خم کاری طبق نقشه شکل زیر به دست آید؟



شکل ۱-۲۵

$$L_1 = 240 \text{ mm} \quad L_r = \frac{\pi \times d}{4} = \frac{314 \times 60}{4} = 471 \text{ mm}$$

$$L_r = 50 \text{ mm} \quad L_r = \frac{\pi \times d \times \alpha}{360} = \frac{314 \times 180 \times 56}{360} = 39 \quad L_d = 26 \text{ mm}$$

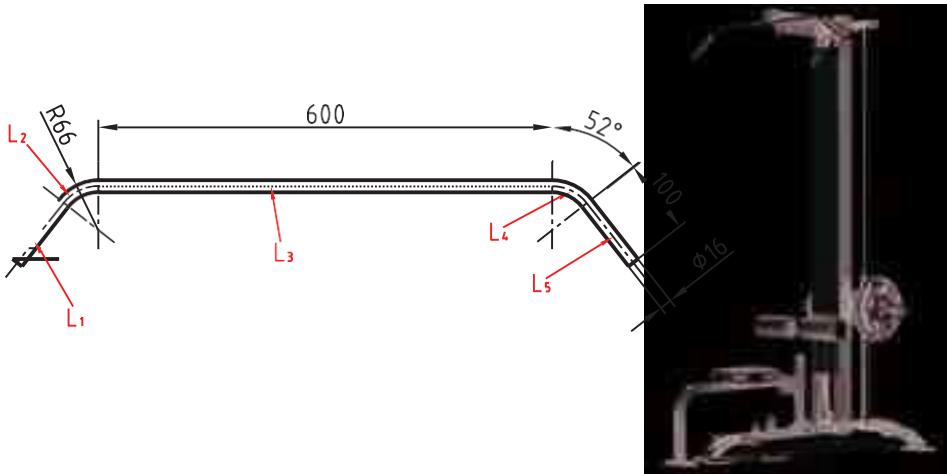
$$L = L_1 + L_r + L_r + L_r + L_d \rightarrow L = 240 + 471 + 50 + 39 + 26 = 4021 \text{ mm}$$





## تمرین نمونه ۲

در یک دستگاه بدنسازی برای تقویت عضله‌های سرشانه از میله‌ای مطابق شکل ۱-۲۶ استفاده شده است. طول گسترده اولیه آن را پیش از خم‌کاری محاسبه کنید.



شکل ۱-۲۶

$$L_1 = L_5 = 100 \text{ mm} \quad L_r = 600 \text{ mm}$$

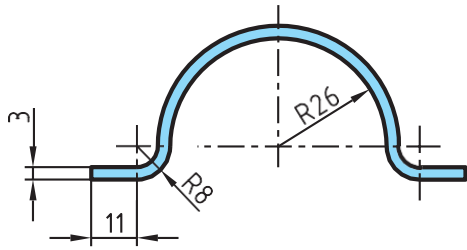
$$L_r = L_r = \frac{\pi \times d \times \alpha}{360} = \frac{3,14 \times 116 \times 52}{360} = 52,61 \text{ mm}$$

$$L = L_1 + L_r + L_r + L_r + L_5 = 100 + 52,61 + 600 + 52,61 + 100 = 905,22 \text{ mm}$$

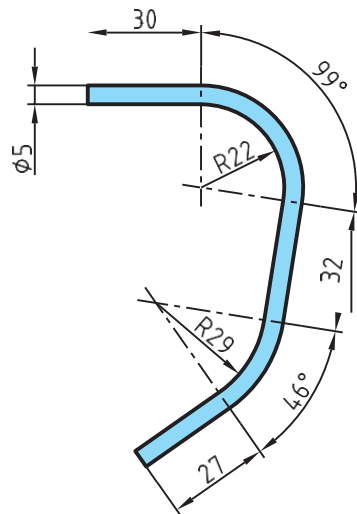


## ارزشیابی پایانی

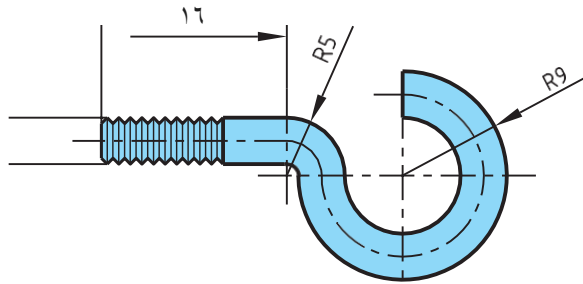
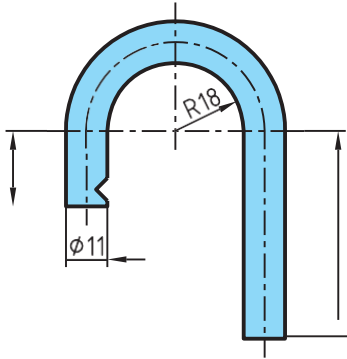
۱. برای بستن لوله از بسط مطابق شکل استفاده شده است. در صورتی که بخواهیم تعداد ۱۰۰ تا از این بسط تولید کنیم و پهنای تیغه برش ۲ میلی متر باشد مقدار طول اولیه را به دست آورید.



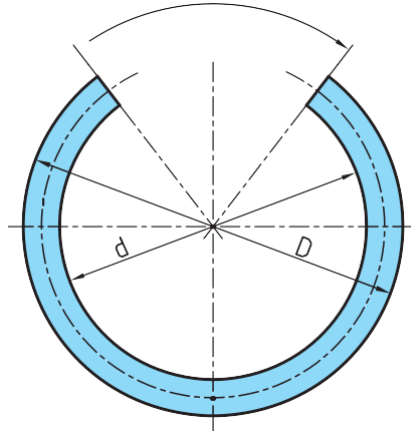
۲. در موتورسیکلت زیر از یک حفاظ آهنی استفاده شده است مقدار طول گسترده این حفاظ را به دست آورید.







۷۵۰



ξ •

## فصل دوم: محاسبات حرکت

یکاهای اندازه‌گیری زمان

حرکت

حرکت دایره‌ای





یکای زمان در سیستم SI، ثانیه است و آن را با نماد s یا sec نشان می‌دهند. ثانیه مدت زمانی است که اتم سزیم - ۱۳۳ در حالت پایه  $9192631770$  بار نوسان می‌کند.

## مطالعه آزاد

## کوتاه‌ترین زمان

محققان با استفاده از فناوری زمان‌سنجی بسیار کوتاه، پالس‌هایی از پرتوهای لیزری نزدیک به مادون قرمز را به اتم خنثی نئون تاباندند. اتم‌ها به صورت همزمان تحت تأثیر پرتوهای فرابنفش شدیدی به مدت  $180$  آتوثانیه ( $10^{-18}$  s) قرار گرفتند و الکترون‌ها را از مدارهای اتمی خود آزاد کردند. سپس زمان خروج الکترون‌های برانگیخته از اتم ثبت شد. دانشمندان دریافتند الکترون‌ها در مدارهای اتمی متفاوت که به صورت همزمان برانگیخته شده‌اند اتم را در زمانی کوتاه اما قابل محاسبه و برابر  $20$  آتوثانیه ( $10^{-18}$  s) ترک می‌کنند.

یک آتوثانیه برابر یک میلیارد میلیاردم یک ثانیه است.

دانشمندان بر این باورند دوره‌ی زمانی  $20$  آتوثانیه‌ای برای خروج الکترون‌ها کوتاه‌ترین مدت زمانی است که تا به حال به صورت مستقیم اندازه‌گیری شده است.

یک محدوده زمانی به نام «ابعاد پلانک» وجود دارد که حتی آتوثانیه نیز در برابر آن مانند میلیون‌ها سال است. زمان پلانک یعنی کوچک‌ترین یکا زمانی که معنای فیزیکی دارد، این مقدار کوچک‌تر از یک تریلیون تریلیونم آتوثانیه است. دوره زمانی‌ای که تصور آن کاملاً ناممکن است.

همان‌طور که ذکر شد ثانیه یکای اصلی زمان در سیستم SI است. یکاهای دیگر مانند دقیقه، ساعت، و روز به صورت ضریب‌هایی از این ثانیه‌اند.

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

۱ دقیقه ۶۰ ثانیه است و آن را با min نشان می دهند.

۵۳

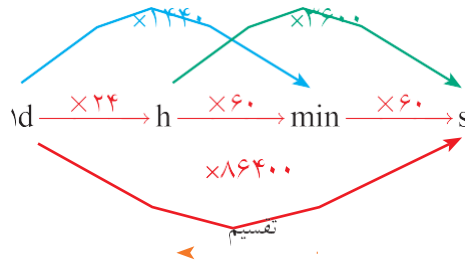
$$1h = 60 \text{ min} = 3600s$$

۱ ساعت ۶۰ دقیقه است و آن را با h نشان می دهند.

۱ شبانه روز ۲۴ ساعت است و آن را با d نمایش می دهند. بنابراین:

$$1d = 24h = 1440 \text{ min} = 86400s$$

## تبدیل اجزای زمان:



توجه: برای تبدیل یکاهای کوچکتر به بزرگتر از عمل تقسیم و در جهت عکس استفاده می شود.

## تمرین نمونه ۱

زمان ۴ ساعت و ۱۸ دقیقه و ۱۲ ثانیه را بر حسب یکاهای زیر به دست آورید.

(الف) چند ثانیه (ب) چند دقیقه (ج) چند ساعت

(الف)

$$\begin{aligned} 4h &= 4 \times 3600 = 14400s + \\ 18 \text{ min} &= 18 \times 60 = 1080s + \\ 12s &= \\ \hline &= 15492s \end{aligned}$$

(ب)

$$\begin{aligned} 4h &= 4 \times 60 = 240 \text{ min} + \\ 18 \text{ min} &= + \\ 12s &= 12 \div 60 = 0,2 \text{ min} = \\ \hline &= 258,2 \text{ min} \end{aligned}$$

(ج)

$$\begin{aligned} 4h &= + \\ 18 \text{ min} &= 18 \div 60 = 0,3h + \\ 12s &= 12 \div 3600 = 0,0033h = \\ \hline &= 4,3033h \end{aligned}$$



---

I h , YA min	
5h , 20 min , 36 s	
IP min	
6120 s	.....

---

1 h , \ min , IV s	
V0 min , \fi s	
10 h , Y\ min	
2620 s	

۳. یک دستگاه CNC فرز در هر ۳ ساعت و ۲۲ دقیقه و ۴۵ ثانیه تعداد ۲۶ قطعه تولید می‌کند



t>t)

A	B	A+B	A-B
th , V \ min , ۱ • s	I h , ۱ \ min , dV s		
vh , fi min , VI s	\h , ۱ \ min , A s		

۵. دو چرخه سواری در یک پیست یک دور را در زمان متوسط  $1/48 \text{ min}$  طی می‌کند. مقدار



(ب) بر حسب دقیقه



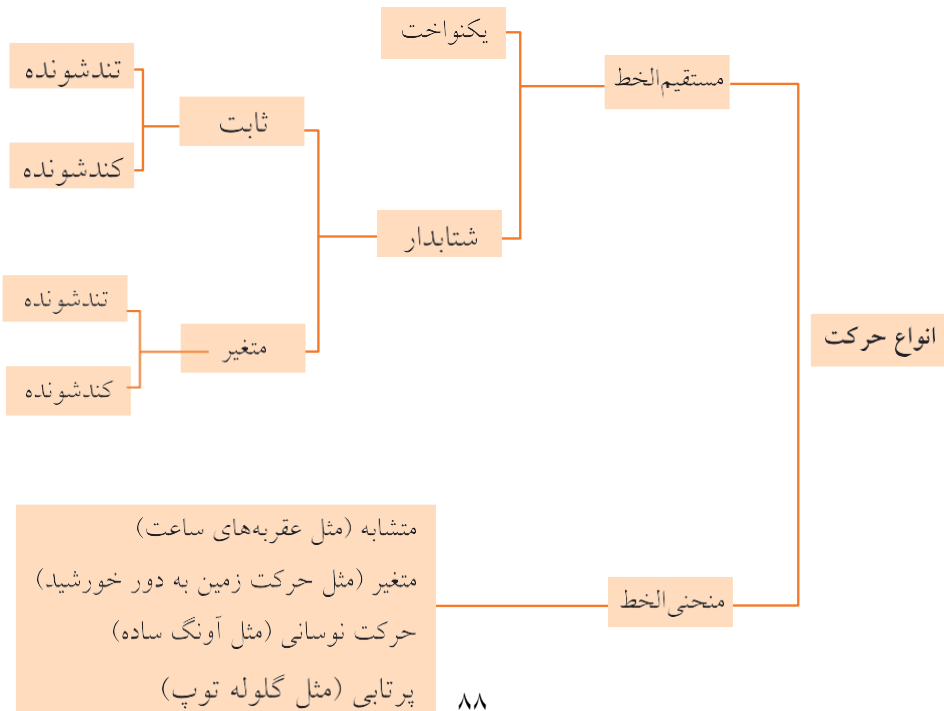


## حرکت

حرکت یکی از آشنا ترین پدیده‌ها برای بشر از بدو تولد است، انسان از بدو تولد چشم به دنیایی می‌گشاید که حرکت لازمه آن و اجتناب از آن ناممکن است. اولین چیزی که حس می‌کند حرکت صورت و دستان کسانی است که انتظار ورودش به جهانی نو را می‌کشند. اجسام بسیاری در اطراف ما در حال حرکت‌اند. اجسامی به بزرگی کهکشان‌ها و اجسام بسیار کوچکی مانند ذره‌های گرد و غبار. حتی اجسامی که به نظر ساکن می‌آیند اتم‌های آن پیوسته در حال ارتعاش و حرکت‌اند.

حرکت عملی است که با آن جسمی از مکانی به مکانی دیگر عبور می‌کند.

به عبارت دیگر هرگاه محل استقرار جسم تغییر کند، می‌گوییم آن جسم حرکت کرده است. حرکت انواع مختلفی دارد که می‌توان با مقایسه جهت و سرعت حرکت‌های مختلف، آنها را از هم تفکیک کرد.







## حرکت مستقیم الخط یکنواخت

در حرکت مستقیم الخط یکنواخت مقدار سرعت متوسط و سرعت لحظه‌ای با هم برابر است و به حرکتی گفته می‌شود که در آن همواره سرعت متحرک دارای اندازه و جهت ثابت است. در این حرکت، جابه‌جایی متحرک در زمان‌های مساوی باهم برابر است.

$$\text{سرعت} = \frac{\text{مسافت پیموده شده}}{\text{زمان حرکت}}$$

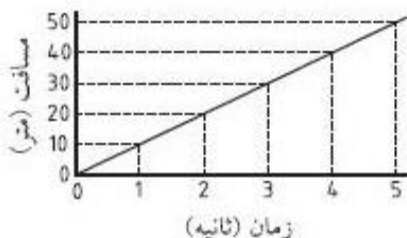
$$v = \frac{x}{t}$$

$$v = \text{سرعت} \left( \frac{m}{s} \right)$$

$$x = \text{مسافت پیموده شده (m)}$$

$$t = \text{زمان (s)}$$

شیب نمودار مکان نسبت به زمان در حرکت مستقیم الخط یکنواخت همواره ثابت است. (شکل ۲-۲).



شکل ۲-۲

## یکای سرعت در سیستم SI

یکای سرعت در سیستم SI متر بر ثانیه ( $\frac{m}{s}$ ) است و آن سرعت متحرکی است که در هر ثانیه مسافتی برابر یک متر را طی می‌کند.

سرعت می‌تواند دارای یکاهای دیگری نیز باشد. به‌طور مثال یکاهای سرعت بر حسب نیاز در جدول ۲-۱ ارائه شده است.

جدول ۲-۱ یکاهای سرعت در سیستم SI

وسایل نقلیه	$\frac{km}{h}$
سرعت محیطی، سرعت صوت، سرعت برش در سنگ‌زنی	$\frac{m}{s}$
سرعت پیشروی در وسایل براده‌برداری مثل فرزکاری، سنگ‌زنی	$\frac{mm}{min}$
سرعت برش در تراش کاری، صفحه تراش، فرزکاری، سوراخ‌کاری، سرعت در جرقه‌ها	$\frac{m}{min}$
سرعت نوار در نوارهای صدا و مغناطیسی	$\frac{cm}{s}$

## تبدیل یکاهای سرعت

$$\frac{m}{s} \xrightarrow{\times 3.6} \frac{km}{h} \quad \frac{m}{s} \xrightarrow{\times 3600} \frac{m}{h} \quad \frac{m}{s} \xrightarrow{\times 60} \frac{m}{min}$$

مطالعه آزاد

برای تبدیل یکاهای کسری به یکدیگر ابتدا ضرایب تبدیل در صورت و مخرج را به‌طور جداگانه نوشته و از حاصل تقسیم آنها مقدار نهایی ضریب تبدیل را به‌دست می‌آوریم.

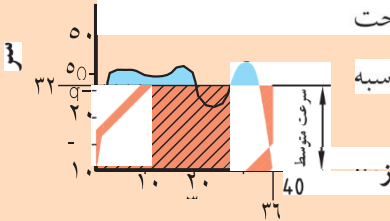
به‌طور مثال:

$$\frac{m}{s} \times \frac{1}{3600} \rightarrow \frac{km}{h} \rightarrow \frac{m}{s} \times \frac{3600}{1000} \rightarrow \frac{km}{h} \rightarrow \frac{m}{s} \xrightarrow{\times 3.6} \frac{km}{h}$$

$$\frac{m}{s} \times \frac{1}{60} \rightarrow \frac{m}{min} \rightarrow \frac{m}{s} \xrightarrow{\times 60} \frac{m}{min}$$

$t \in \mathbb{R}$

طبق قوانین نیوتن برای حفظ سرعت ثابت باید برابند نیروهای خارجی وارد صفر باشد تا جسم بتواند با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه دهد. که این به دلیل تغییر شرایط محیطی جسم امکان پذیر نیست. به طور مثال سرعت باد مهمترین عوامل بیرونی در حرکت اتومبیل است. که تأثیر مستقیمی بر روی خودرو می گذارد و همچنین در صورتی که مخلوط مواد تشکیل دهنده آسفالت جاده در طول مسیر یکنواخت نباشد ضرایب اصطکاک در طول مسیر متفاوت و بر روی نیروی مقاوم اصطکاک و در نتیجه سرعت اتومبیل تأثیر گذار است جهت اغلب حرکتها دارای سرعت غیر یکنواخت



است. در نتیجه سرعت میانگین یا متوسط در محاسبه

مورد استفاده قرار می گیرد.

فاصله را در زمان ۱۷ ثانیه بپیماید سرعت هواپیما را برحسب  $\frac{m}{h}$  حساب کنید (شکل ۲-۳).



$$x = \sqrt{400^2 + 2000^2} = 2040 \text{ m}$$

$$v = \frac{x}{t} = \frac{2040}{17} = 120 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \frac{3.6}{1} = 432 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$60 \frac{\text{km}}{\text{h}} \div 3,6 = 16,66 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = \frac{x}{t} \rightarrow x = v \cdot t \rightarrow x = 16,66 \times 140 = 2332,4 \text{ m}$$

—  
s

$$v = \frac{x}{t} + v = \frac{0}{10} = 1,22 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

زمان ۷۶ min سپری شده باشد، سرعت در فاصله بین OA و AB را حساب کنید (شکل ۲-۴).



$$X_A = 110 \text{ km} \quad t_A = 24 \text{ min} = C \cdot t$$

سرعت بین مکان O و A

$$v_{OA} = \frac{x}{t} = \frac{110}{0,4} = 275 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

سرعت بین مکان A و B

$$x_{AB} = 110 - 45 = 65 \text{ km} \quad t_{AB} = 76 - 24 = 52 \text{ min} = 0,866 \text{ h}$$

$$v = \frac{x}{t} = \frac{65}{0,866} = 75,1 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

## ارزشیابی پایانی

۱. در تله کابین شکل زیر در صورتی که کابین‌ها با سرعت ثابت ۳ متر بر ثانیه حرکت کنند و مسیر حرکت این کابین‌ها ۲۱۰۰ متر باشد موارد زیر را محاسبه کنید.
- الف) مدت زمان رسیدن کابین‌ها به بالای کوه را بر حسب دقیقه به دست آورید.
- ب) در صورتی که زاویه کابل‌ها با سطح افق ۵۰ درجه باشد سرعت افقی چند  $\frac{m}{s}$  است؟
- ج) سرعت عمودی این کابین‌ها چند  $\frac{m}{s}$  است؟



۲. سرعت آسانسور ساختمانی ۱۰۸ متر بر دقیقه است در زمان ۹ ثانیه چه ارتفاعی بالا می‌رود؟



۳. جک هیدرولیکی تعمیرگاهی در زمان ۹ ثانیه اتومبیلی را به ارتفاع  $\frac{1}{6}$  متر بالا می‌برد. سرعت پیستون آن را بر حسب متر بر دقیقه به دست آورید.

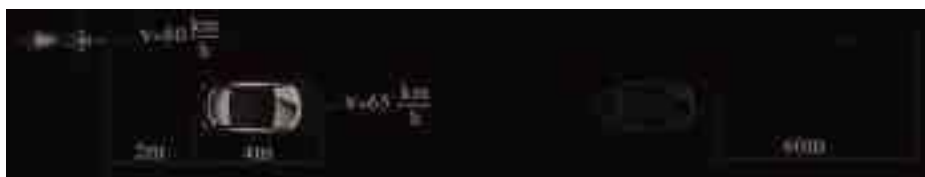


۴. دو موتورسوار با سرعت ثابت، همزمان از یک مسیر عبور می‌کنند. در صورتی که موتور سوار A با سرعت  $12 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  و موتورسوار B با سرعت  $20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  به حرکت خود ادامه دهند، مطلوب است:

- الف) مسافتی که موتور سوار A پس از ۱ ساعت و ۸ دقیقه و ۲۵ ثانیه می‌پیماید چند متر است؟  
 ب) مسافتی که موتور سوار B پس از ۴۵ دقیقه و ۱۲ ثانیه می‌پیماید چند متر است؟  
 ج) پس از ۱ ساعت و ۲۵ دقیقه و ۵۰ ثانیه فاصله بین این دو موتورسوار چند متر است؟



۵. موتورسواری می‌خواهد از اتومبیلی سبقت بگیرد. حساب کنید در چه زمانی موتورسوار ۶۰ متر جلوتر از اتومبیل قرار خواهد گرفت.







## حرکت دایره‌ای

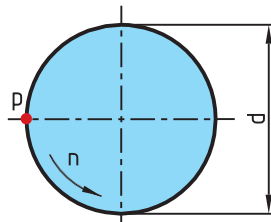
### دوران

تعداد دوران یعنی یک جسم در واحد زمان چندین بار حول محور خود می‌گردد. یکای تعداد دوران  $\frac{1}{s}$  یا  $\frac{1}{min}$  است.  $\frac{1}{s}$  نشان‌دهنده یک دور در هر ثانیه و  $\frac{1}{min}$  نشان‌دهنده یک دور در هر دقیقه است.

### سرعت محیطی

وقتی جسمی حول یک محور می‌چرخد هر نقطه از آن دارای سرعت محیطی است، که سرعت محیطی آن بسته به فاصله آن از مرکز دوران متفاوت است. اگر نقطه‌ای مانند p روی دایره‌ای به قطر d حرکت یکنواختی کند، سرعت محیطی آن مقدار مسافتی خواهد بود که نقطه p در واحد زمان طی می‌کند. و مقدار آن از رابطه زیر به دست می‌آید (شکل ۲-۵).

$$v = \pi \times d \times n$$



شکل ۲-۵

$$\begin{aligned} v &= \text{سرعت محیطی } \left(\frac{m}{s}\right) \\ d &= \text{قطر دوران } (m) \\ n &= \text{تعداد دوران } \left(\frac{1}{s}\right) \end{aligned}$$

رابطه فوق نشان می‌دهد که سرعت محیطی نقاط مختلف یک جسم دوار به قطر و تعداد دوران آن بستگی دارد، به نحوی که با ثابت ماندن تعداد دوران، نقطه‌ای که به محور چرخش نزدیکتر است سرعت محیطی کمتر و نقطه‌ای که از محور چرخش دورتر است دارای سرعت محیطی بیشتری خواهد بود.

توجه: گفتنی است واحد سرعت محیطی در مواردی نیز بر حسب متر بر دقیقه ( $\frac{m}{min}$ ) بیان می شود.

## تمرین نمونه ۱

در شکل ۲-۶ چرخ زنجیری به قطر  $d = 400 \text{ mm}$  در هر دقیقه ۶۰۰ دور می‌زند، سرعت تسمه را بر حسب  $\frac{m}{s}$  به دست آورید. (سرعت زنجیر با سرعت محیطی چرخ زنجیر برابر است).



شکل ۲-۶

$$n = 600 \frac{1}{\text{min}} = 600 \div 60 = 10 \frac{1}{s}, \quad d = 400 \text{ mm} = 0,4 \text{ m}$$

$$v = \pi \times d \times n \quad v = 3,14 \times 0,4 \times 10 = 12,56 \frac{m}{s}$$

## تمرین نمونه ۲

در سه نظام شکل ۲-۷ قطر قطعه کار ۱۸ میلی‌متر و قطر سه نظام ۲۸ سانتی‌متر است. سرعت محیطی قطعه کار و سه نظام را در صورتی که تعداد دوران ۳۵۵ دور بر دقیقه باشد بر حسب  $\frac{m}{s}$  و  $\frac{m}{\text{min}}$  به دست آورید.



شکل ۲-۷

قطر سه نظام  $D = 28 \text{ cm} = 0,28 \text{ m}$  , قطر قطعه  $d = 18 \text{ mm} = 0,018 \text{ m}$   
 $v = \pi \times d \times n$

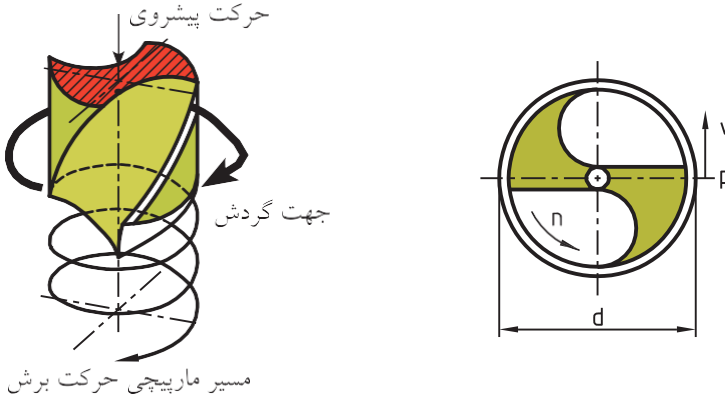
سرعت محیطی قطعه کار  $v = 3,14 \times 0,018 \times 355 = 20,06 \frac{m}{\text{min}} \xrightarrow{\div 60} 0,334 \frac{m}{s}$

سرعت محیطی سه نظام  $v = 3,14 \times 0,28 \times 355 = 312,116 \frac{m}{\text{min}} \xrightarrow{\div 60} 5,20 \frac{m}{s}$   
 ۱۰۰



## سرعت برش

سرعت برش، سرعتی است که با آن عمل براده برداری انجام می‌گیرد. واحد سرعت برش در سوراخ‌کاری متر بر دقیقه  $\frac{m}{min}$  و در سنگ‌زنی  $\frac{m}{s}$  است (شکل ۲-۸).



شکل ۲-۸

مطالعه آزاد

سرعت برش در تراشکاری طول مسیر طی شده به وسیله نوک رنده در زمان یک دقیقه است.

به عبارت دیگر طول براده ایجاد شده در یک دقیقه را سرعت برش می‌گویند. تعیین سرعت برش مناسب به عوامل متعددی از قبیل جنس قطعه‌کار، جنس ابزار، سطح مقطع براده، مواد خنک‌کننده و نوع ساختمان ماشین بستگی دارد. در صنعت تراشکاری مقدار سرعت برش بر اساس این عوامل انتخاب شده و با توجه به فرمول سرعت برش، مقدار دور سه نظام را مشخص می‌کند.

## تمرین نمونه ۳

سوراخی به قطر ۱۲ میلی‌متر توسط مته‌ای ایجاد می‌شود، در صورتی که سرعت برش  $32 \frac{m}{min}$  باشد تعداد دوران مته را حساب کنید.

$$d = 12 \text{ mm} = 0.012 \text{ m} \quad v = 32 \frac{m}{min}$$

$$v = \pi \times d \times n \rightarrow 32 = 3.14 \times 0.012 \times n \rightarrow n = \frac{32}{1.02 \times 3.14 \times 0.012} = 849.25 \approx 850 \frac{1}{min}$$



## ارزشیابی پایانی

۱. در دستگاه برش زیر در صورتی که سرعت برش دستگاه  $8 \frac{m}{s}$  باشد و قطر تیغه برش ۱۸ سانتی متر باشد تعداد دوران تیغه را به دست آورید.



۲. در ساعت مطابق شکل زیر در صورتی که طول عقربه ثانیه شمار آن از محور دوران ۱۲cm باشد و ثانیه شمار حرکت پیوسته و بدون مکث داشته باشد سرعت محیطی نوک عقربه چند  $\frac{mm}{h}$  است؟







۳. اگر در یک جرثقیل سقفی مطابق شکل قطر قرقره دستگاه ۲۵۰ mm باشد حساب کنید:
- الف) با تعداد دوران  $18 \frac{1}{\text{min}}$  کابل فلزی با چه سرعتی بالا می‌رود؟
- ب) اگر سرعت لازم برای کابل  $55 \frac{\text{m}}{\text{min}}$  باشد تعداد دوران قرقره چقدر خواهد بود.



۴. تراکتور مطابق شکل زیر با سرعت  $45 \text{ km/h}$  در حال حرکت است در صورتی که قطر جلو  $85 \text{ cm}$  و قطر چرخ عقب  $1/4 \text{ m}$  باشد تعداد دوران هر چرخ را بر حسب دور بر دقیقه به دست آورید.



۵. در یک شهر بازی موتور سواری بر روی دیوار مرگ هنرنمایی می‌کند در صورتی که قطر این دیواره  $11 \text{ متر}$  باشد و موتورسوار در هر دقیقه  $23$  دور بزند موارد زیر را حساب کنید:
- الف) سرعت موتورسوار چند کیلومتر بر ساعت است؟
- ب) در صورتی که قطر چرخ‌های موتور  $68$  سانتی متر باشد تعداد دوران چرخ‌ها را بر حسب دور بر دقیقه به دست آورید.



## فصل سوم: انتقال حرکت به وسیله چرخ تسمه

انتقال حرکت به وسیله تسمه تخت  
انتقال حرکت با تسمه‌های دوزنقه‌ای

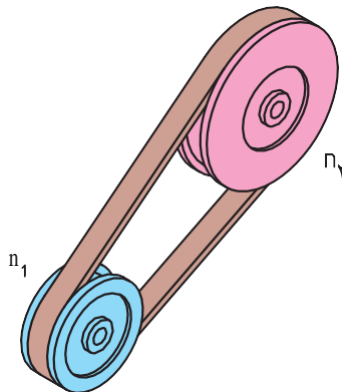


## انتقال حرکت به وسیله تسمه تخت

از تسمه و چرخ تسمه‌ها برای انتقال حرکت از یک محور محرک به یک محور متحرک که فاصله زیادی از هم داشته و نیروی انتقالی محدودی دارند، استفاده می‌شود. این نوع انتقال حرکت ارزان است و از طریق اصطکاک بین تسمه و چرخ تسمه‌ها به دست می‌آید. انتقال، تغییر تعداد دور و گشتاور از ویژگی‌های این چرخ‌هاست.

### نسبت انتقال حرکت ساده

اگر دو چرخ تسمه محرک و متحرک با تسمه‌ای بدون لغزش به همدیگر مرتبط شوند دوران و گشتاور از چرخ محرک به متحرک منتقل شده و بسته به تغییر قطر دو چرخ، دوران و گشتاور در چرخ متحرک تغییر می‌کند و خواسته‌های طراحی برآورده می‌شود. در این انتقال حرکت، سرعت محیطی چرخ محرک، چرخ متحرک و تسمه مساوی است و محاسبات آن طبق فرمول زیر است: (شکل ۱-۳)



$$\begin{aligned}
 &V_1 = V_2 \\
 &z \times n_1 \times d_1 = z \times n_2 \times d_2 \\
 &n_1 \times d_1 = n_2 \times d_2 \\
 &n_1 = \frac{n_2 \times d_2}{d_1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{دوران چرخ محرک} &= n_1 \\
 \text{دوران چرخ متحرک} &= n_2 \\
 \text{قطر چرخ محرک} &= d_1 \\
 \text{قطر چرخ متحرک} &= d_2
 \end{aligned}$$

در روابط بالا نسبت دور چرخ محرک به چرخ متحرک را نسبت انتقال می‌نامند و آن را با  $i$  نشان می‌دهند.

$$\text{نسبت انتقال حرکت} = \frac{\text{تعداد دوران چرخ محرک}}{\text{تعداد دوران چرخ متحرک}} \rightarrow i = \frac{n_1}{n_2}$$

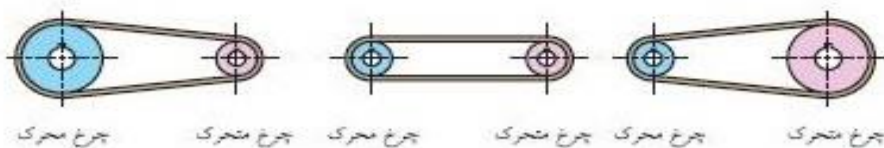
$$\text{نسبت انتقال حرکت} = \frac{\text{قطر چرخ متحرک}}{\text{قطر چرخ محرک}} \rightarrow i = \frac{d_2}{d_1}$$

نکته

در فرمول بالا نسبت انتقال به دلیل یکی بودن یکای صورت و مخرج کسر بدون یکاست.

در محاسبه نسبت انتقال حرکت باید مقدار کسر ساده نشود تا مخرج کسر عدد یک شود. مقدار نسبت انتقال بین محور محرک و متحرک نشان می‌دهد، که تعداد دوران محور متحرک کم و یا زیاد می‌شود. جدول زیر این تغییرات را نشان می‌دهد (شکل ۳-۲).

$i < 1$	$i = 1$	$i > 1$
دوران چرخ متحرک زیاد می‌شود	دوران تغییر نمی‌کند	دوران چرخ متحرک کم می‌شود



شکل ۳-۲

نکته

هر گاه دو چرخ تسمه با یکدیگر مرتبط باشند چرخ کوچک‌تر دوران بیشتری دارد.



## تمرین نمونه ۱

اگر تعداد دوران الکترو موتور ۱۴۲۵ دور در دقیقه باشد و قطر چرخ تسمه (پولی) روی محرک، ۳۴ سانتی‌متر و بهانه مطابقت شکل ۳-۳ باشد.



الف) انتقال حرکت را به دست آورید.  
ب) تعداد دوران پروانه کولر را به دست آورید.

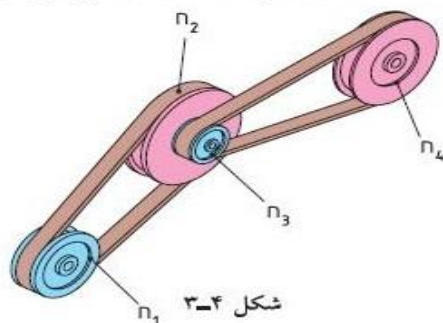
$$n_1 = 1425 \frac{1}{\text{min}} \quad d_1 = 34 \text{ cm} \quad d_2 = 8 \text{ cm}$$

$$\text{الف) } i = \frac{d_1}{d_2} = \frac{34}{8} = 4,25$$

$$\text{ب) } i = \frac{n_1}{n_2} \rightarrow 4,25 = \frac{1425}{n_2} \rightarrow n_2 = \frac{1425}{4,25} = 335,3 \frac{1}{\text{min}}$$

### نسبت انتقال حرکت به وسیله چرخ تسمه مرکب

انتقال حرکت مرکب از دو نسبت انتقال حرکت ساده تشکیل می‌شود: (شکل ۳-۴)



$n_p$  و  $n_1 =$  تعداد دوران چرخ‌های محرک  $d_1$  و  $d_p =$  قطر چرخ‌های محرک  
 $n_r$  و  $n_f =$  تعداد دوران چرخ‌های متحرک  $d_f$  و  $d_r =$  قطر چرخ‌های متحرک  
 $n_e =$  تعداد دوران آخرین چرخ متحرک  $n_a =$  تعداد دوران اولین چرخ محرک  
 $i = i$  ، انتقال بین چرخ تسمه ۱ و ۲ ،  $i = i$  ، انتقال کلی

$$i = \frac{d_1}{d_2} \times i$$

$$i_1 = \frac{d_r}{d_1} \quad i_r = \frac{d}{d_2} + i = \frac{d \times d_1}{d_2 \times d_1}$$

$$i_1 = \frac{n_1}{n_r} \quad i_r = \frac{n_r}{n_f} \rightarrow i = \frac{n_1 \times n_r}{n_r \times n_f}$$

$$i = \frac{n_1}{n_2}$$

اگر تعداد دوران اولین محور محرک را با  $n_a$  و آخرین محور متحرک را با  $n_e$  نشان دهیم،

$$i = \frac{n_a}{n_e} = \frac{\text{تعداد دوران محور محرک اولی}}{\text{تعداد دوران محور متحرک آخری}}$$

$$i = \frac{n_a}{n_e} = \frac{n_1 \times d_1}{n_r \times d_r}$$

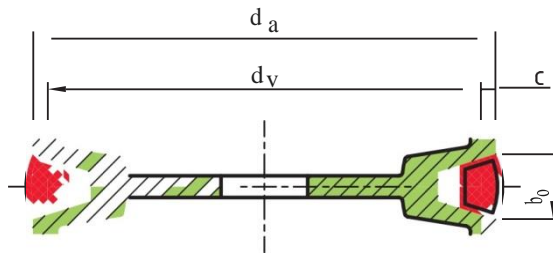
تفاوت که در چرخ تسمه‌های دوزنقه‌ای، به جای قطر خارجی (d)، قطر مؤثر ( $d_w$ ) را در رابطه

$$d_a = \text{قطر خارجی چرخ تسمه}$$

$$d_w = \text{قطر مؤثر چرخ تسمه}$$

$$c = \text{فاصله قطر مؤثر تا قطر خارجی چرخ تسمه}$$

$$b_o = \text{پهنای بالایی تسمه}$$



$$d_w = d_a - c$$

مقدار  $c$  به پهنای تسمه  $b_o$  بستگی دارد و مقدار آن را می‌توان از جدول ۱-۳ به دست آورد.

اندازه‌ها به mm	DIN ۲۲۱۵ تسمه معمولی								DIN ۷۷۵۳ تسمه باریک				
پهنای تسمه $b$	۵	۶	۱۰	۱۳	۱۷	۲۲	۳۲	۴۰	۹٫۷	۱۲٫۷	۱۶٫۳	۱۸٫۶	۲۲

c

۱۲

VY VP \ T/A V/• T/A A\

2	2/1	3/5	4	4/1
---	-----	-----	---	-----

YQ

با توجه به مقدار  $d_w$  روابط انتقال حرکت در چرخ تسمه‌های دوزنقه‌ای به صورت زیر است.

$$n_1 \times d_{w_1} = n_2 \times d_{w_2}$$

$$i = \frac{n_1}{n_2} \qquad i = \frac{d_{w_2}}{d_{w_1}}$$

### تمرین نمونه ۲

قطر مؤثر چرخ تسمه محرک ۱۲۸ میلی‌متر و تعداد دوران آن ۶۰۰ دور بر دقیقه است. مطلوب است:

الف) قطر مؤثر چرخ متحرک اگر تعداد دوران آن ۴۰۰ دور بر دقیقه باشد.

ب) نسبت انتقال

ج) قطر خارجی چرخ محرک و متحرک در صورتی که پهنای بالای تسمه  $b_0 = 13 \text{ mm}$  باشد. (اگر  $b_0 = 13 \text{ mm}$  باشد طبق جدول ۳-۱  $c = 2.8 \text{ mm}$  خواهد بود)

$$\text{الف) } n_1 \times d_{w_1} = n_2 \times d_{w_2} \rightarrow d_{w_2} = \frac{n_1 \times d_{w_1}}{n_2} = \frac{600 \times 128}{400} = 192 \text{ mm}$$

$$\text{ب) } i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{600}{400} = 1.5 \qquad i = \frac{d_{w_2}}{d_{w_1}} = \frac{192}{128} = 1.5$$

$$\text{ج) } d_{a_1} = d_{w_1} + 2c = 128 + (2 \times 2.8) = 133.6 \text{ mm}$$

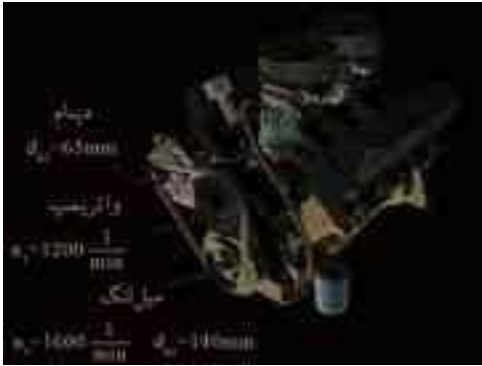
$$d_{a_2} = d_{w_2} + 2c = 192 + (2 \times 2.8) = 197.6 \text{ mm}$$



## ارزشیابی پایانی

۱. در یک موتور ماشین حرکت دورانی محور دینام و واترپمپ با یک چرخ تسمه از محور میل لنگ موتور تأمین می‌شود. اگر پهنای تسمه  $12/7$  میلی‌متر باشد مطلوب است:

الف) قطر مؤثر چرخ تسمه واترپمپ



ب) تعداد دوران دینام

ج) سرعت تسمه

۲. در یک دستگاه چرخ خیاطی در صورتی که تعداد دوران چرخ محرک  $36$  دور بر دقیقه باشد تعداد دوران چرخ متحرک را بر حسب دور بر ثانیه به دست آورید.

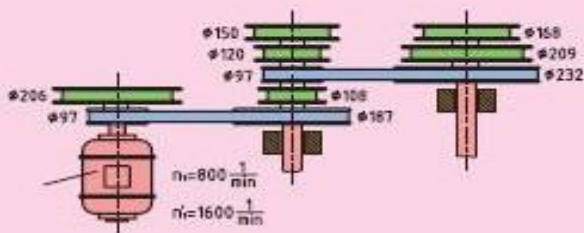


۱۲۰





۳. در دستگاه انتقال حرکت ماشین مته مطابق شکل از تسمه نرمال استفاده شده است. اگر پهنای تسمه ۱۷ میلی‌متر و قطر خارجی چرخ تسمه‌ها مطابق شکل باشد، مطلوب است:
- الف) تعداد مراحل دور دستگاه
- ب) حداقل تعداد دور محور مته
- ج) حداکثر تعداد دور محور مته



۴. در جدول زیر مقادیر خواسته شده را به دست آورید.

	الف	ب	ج
$d_1$ (mm)	۱۱۲	۲۵۰	۲۴۰
$d_2$ (mm)	۶۷۲	۱۸۰	۴
$d_3$ (mm)	۱۲۰	۲۲۲	۱۲۵
$d_4$ (mm)	۲۴۰	۴	۱۱۶
$n_1$ ( $\frac{1}{\text{min}}$ )	۱۲۴۰	۲۸۰	۳۱۵
$n_2$ ( $\frac{1}{\text{min}}$ )	۴	۱۴۰۰	۴
$i$	۴	۴	۰٫۶

۵. در جدول زیر مقادیر خواسته شده را به دست آورید.

	الف	ب	ج
$d_1$	۱۸۰	۲۵۰	۱۱۲
$d_2$	۳۱۵	۵۰	؟
$n_1 \left( \frac{1}{\min} \right)$	۸۰۰	؟	؟
$n_2 \left( \frac{1}{\min} \right)$	؟	۱۴۰۰	۵۶۰
$i$	؟	؟	۲٫۵

## فصل چهارم: محاسبات سطح

یکای اندازه‌گیری سطح

محاسبه سطوح اشکال گوشه‌دار

محاسبه سطوح اشکال قوس‌دار

محاسبه مساحت اشکال مرکب

محاسبه دورریز سطوح

Λ.

## یکای اندازه گیری سطح

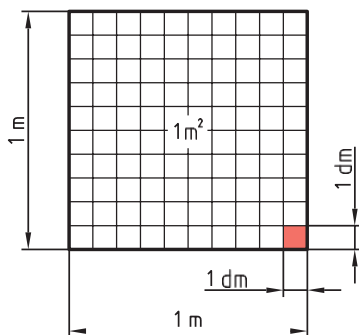
یکای اندازه گیری سطح در سیستم SI مترمربع و آن سطح مربعی است که طول ضلع آن ۱ متر است.

$$1\text{m} \times 1\text{m} = 1\text{m}^2$$

$$10\text{dm} \times 10\text{dm} = 100\text{dm}^2$$

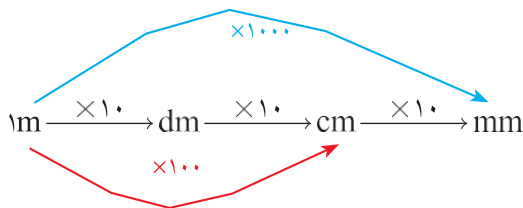
$$100\text{cm} \times 100\text{cm} = 10000\text{cm}^2$$

$$1000\text{mm} \times 1000\text{mm} = 1000000\text{mm}^2$$

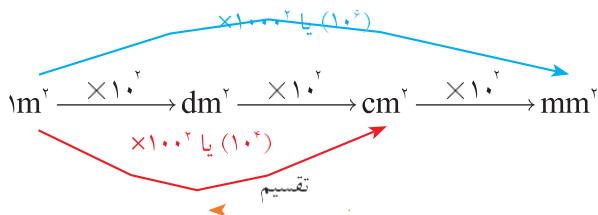


شکل ۴-۱

همان طور که در فصل اول اشاره کردیم برای تبدیل یکاهای طول از نمودار زیر استفاده می کنیم:



چون در یکای سطح توان ۲ داریم هر ضریب که در تبدیل یکای طول داشتیم نیز به توان ۲ می رسد. به همین منظور نمودار بالا به نمودار زیر تبدیل می شود.



توجه: در نمودار بالا برای تبدیل یکای کوچک تر به بزرگ تر از عمل تقسیم و در جهت عکس استفاده می شود.



به عبارت دیگر:

$$1\text{m}^2 = 10^2\text{dm}^2 = 10^4\text{cm}^2 = 10^6\text{mm}^2$$

اگر بخواهیم ضرایب را به توانی از ده تبدیل کنیم، عبارت فوق به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$1\text{m}^2 = 10^2\text{dm}^2 = 10^4\text{cm}^2 = 10^6\text{mm}^2$$

### تمرین نمونه ۱

اندازه‌های داده شده زیر را به بر حسب واحدهای خواسته شده به دست آورید.

الف)  $9\text{mm}^2 = \dots\text{cm}^2$     جواب:  $9\text{mm}^2 \xrightarrow{\div 10^4} 0,09\text{cm}^2$

ب)  $11\text{m}^2 = \dots\text{cm}^2$     جواب:  $11\text{m}^2 \xrightarrow{\times 10^4} 11 \times 10^4 = 110000\text{cm}^2$

ج)  $25,4\text{dm}^2 = \dots\text{mm}^2$     جواب:  $25,4\text{dm}^2 \xrightarrow{\times 10^4} 25,4 \times 10^4 = 254000\text{mm}^2$



## ارزشیابی پایانی

۱. اندازه‌های زیر را به یک‌گانه‌ی خواسته شده تبدیل کنید.

$۸/۵ \text{ mm}^2$	$\dots \text{ dm}^2$	$۰/۶۵ \text{ mm}^2$	$\dots \text{ m}^2$
$۲۵۱۰ \text{ dm}^2$	$\dots \text{ m}^2$	$۲۵۳ \text{ dm}^2$	$\dots \text{ cm}^2$
$۱/۲۵ \text{ cm}^2$	$\dots \text{ dm}^2$	$۹۵ \text{ cm}^2$	$\dots \text{ m}^2$

۲. حاصل مساحت‌های زیر را بر حسب یک‌گانه‌ی خواسته شده به دست آورید.

الف)  $۳۳,۴۵ \text{ dm}^2 + ۰,۴۵ \text{ m}^2 + ۵۰,۲۵ \text{ cm}^2 = \dots \text{ dm}^2$

ب)  $۱۱۰ \text{ cm}^2 + ۴ \text{ m}^2 - ۲۰ \text{ dm}^2 = \dots \text{ mm}^2$

ج)  $۶۲ \text{ m}^2 - ۱۱۰ \text{ mm}^2 + ۱۲ \text{ cm}^2 - ۴۰ \text{ dm}^2 = \dots \text{ cm}^2$

۳. مقادیر زیر را به یک‌گانه‌ی مورد نظر تبدیل کنید.

الف) به دسی‌متر مربع

$$۱۱,۲۵ \text{ cm}^2, ۲,۸۷ \text{ m}^2, ۱۴,۷۵ \text{ mm}^2$$

ب) به سانتی‌متر مربع

$$۲۹,۹ \text{ dm}^2, ۰,۷۸۶ \text{ m}^2, ۲۲,۷۵ \text{ mm}^2$$

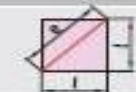
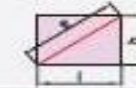


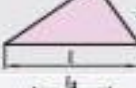


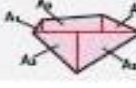
## محاسبه سطوح اشکال گوشه‌دار

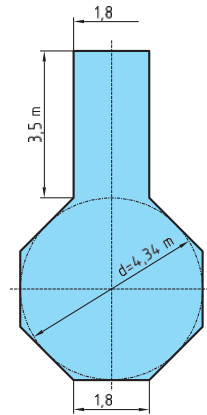
برای محاسبه سطوح اشکال گوشه‌دار از علائم اختصاری جدول ۴-۱ استفاده می‌شود و روابط آنها در جدول ۴-۲ ارائه شده است.

جدول ۴-۱. علائم اختصاری

A	مساحت	e	قطر	b	عرض
$l$	طول	D	قطر دایره محیطی در چندضلعی منظم	d	قطر دایره منطبق در چندضلعی منظم
$I_n$	طول متوسط	n	تعداد اضلاع	$\alpha$	زاویه مرکزی

جدول ۴-۲

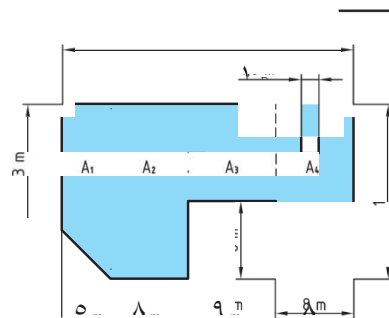
مساحت			
مربع		$A = l \times l = l^2$	$e = \sqrt{l^2 + l^2} = \sqrt{2} \times l = 1.414l$
مستطیل		$A = l \times b$	$e = \sqrt{l^2 + b^2}$
لوزی		$A = l \times b$	
متوازی‌الاضلاع		$A = l \times b$	
مثلث		$A = \frac{l \times b}{2}$	در مثلث متساوی‌الاضلاع $b = \sqrt{3} \times \frac{l}{2} = 0.866 \times l$
دوزنقه		$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \times b$ $A = I_m \times b$	$I_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$
چند ضلعی منظم		$A = n \times A_s = \frac{n \times l \times d}{2}$	$I = D \times \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$ $d = \sqrt{D^2 - l^2}$
سطوح مرکب		$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5$	



$A_1 = l \times b = 3,5 \times 1,8 = 6,3 \text{ m}^2$  مساحت مستطیل

$A_2 = n \times l \times d = 8 \times 1,8 \times 4,34 = 15,624 \text{ m}^2$  مساحت هشت ضلعی

$A = A_1 + A_2 = 6,3 + 15,624 = 21,924 \text{ m}^2$



$A_1 = \frac{1}{2} \times (a + b) \times h = \frac{1}{2} \times (8 + 9) \times 3 = 22,5 \text{ m}^2$

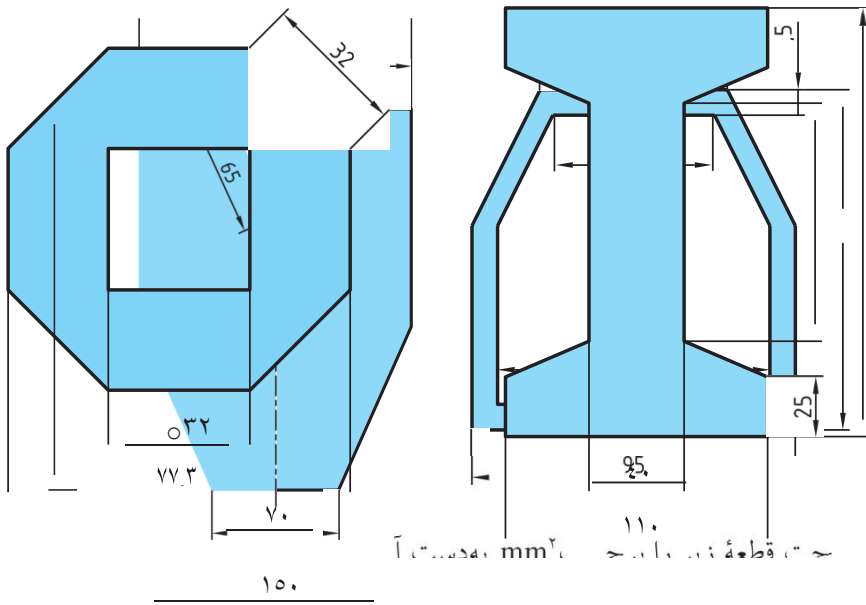
$$A_r = A_r = l \times b = 18 \times 8 = 144 \text{ m}^2$$

$$A_r = l \times b = 10 \times 9 = 90 \text{ m}^2$$

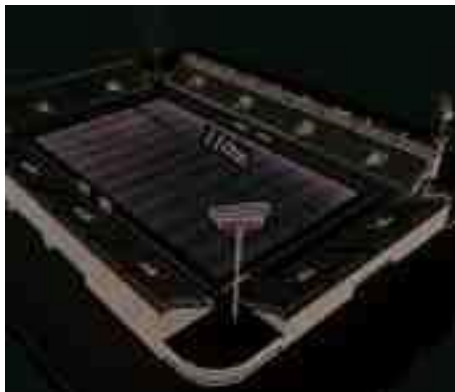
$$A_o = l \times l = 1,8 \times 1,8 = 3,24 \text{ m}^2 \quad \text{مساحت نورگیر}$$

$$A = A_1 + A_r + A_r + A_r - 2A_o = 77,5 + 144 + 90 + 144 - 2 \times 3,24 = 449,02 \text{ m}^2$$

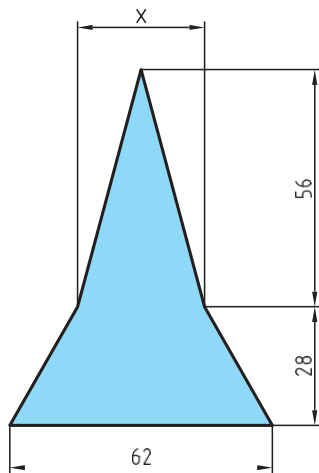
۱. مساحت، مقطع مطابق شکل را برحسب  $mm^2$  و  $cm^2$  به دست آورید.



۳. در صورتی که مساحت یک زمین فوتبال  $8250 \text{ m}^2$  باشد و طول آن  $110 \text{ m}$  باشد عرض این زمین فوتبال چند متر است؟



۴. مساحت مقطع قطعه زیر  $2128 \text{ mm}^2$  است. اندازه  $X$  را به دست آورید.



۵. مساحت مثلثی  $540 \text{ mm}^2$  است مطلوب است:

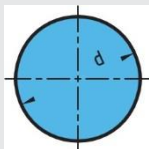
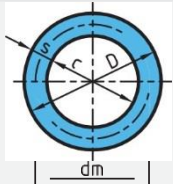
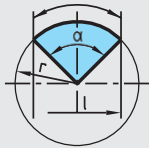
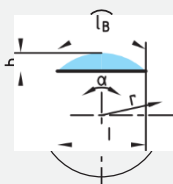
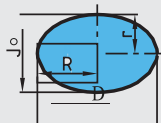
(الف) اگر طول قاعده آن  $24 \text{ mm}$  باشد ارتفاع آن چقدر است؟

(ب) اگر ارتفاع آن  $30 \text{ mm}$  باشد اندازه قاعده آن چقدر خواهد بود؟

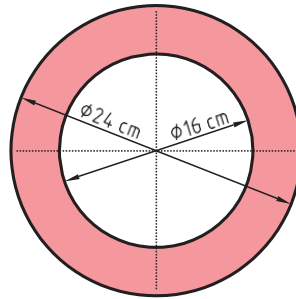
۶. محیط مربعی  $144 \text{ mm}$  است مساحت آن را به دست آورید.



D	قطر بزرگ	$l$	طول وتر
d	قطر کوچک	$d_B$	طول قوس
R	شعاع بزرگ	$d_m$	قطر متوسط در تاج دایره
	شعاع کوچک	s	عرض تاج دایره

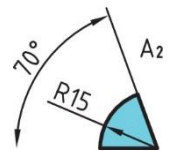
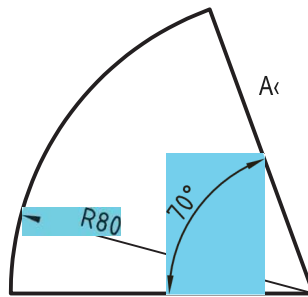
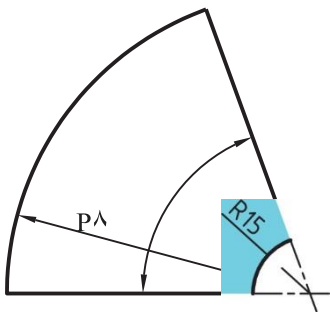
دایره		$A = \frac{z \times d^2}{4}$ $A = z \times r^2$	$d = \sqrt{\frac{4 \times A}{z \times \pi}}$
تاج دایره		$A = \frac{z \times D^2 \times r \times d'}{4}$ $A = \frac{\pi}{4} \times (D^2 - d^2)$ $A = r \times d \times z \times s$	$dp = \frac{D + d}{2}$ $s = \frac{D - d}{2}$
قطاع دایره		$A = \frac{1}{2} \times r^2 \times \alpha$ $A = \pi \times r^2 \times \frac{\alpha}{360}$	$\frac{1}{2} \times r \times l \times \sin \alpha$
قطعه دایره		$A = \frac{f \times (r - b)}{2}$ $A = \frac{r \times r' \times \alpha \times n}{360} - \frac{1}{2} \times (r - b) \times l$ $A = \frac{1}{2} \times f \times b$	$b = r(\sqrt{1 - \cos \alpha})$ $f = r \times \sin \frac{\alpha}{2}$
		$A = \frac{z \times D \times d}{4}$	





$D = 24 \text{ cm}$        $d = 16 \text{ cm}$

$$A = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4} \times (24^2 - 16^2) = 251,2 \text{ cm}^2$$



$r_1 = 10 \text{ mm}$        $r_2 = 15 \text{ mm}$        $\alpha = 70^\circ$

$$A = A_1 - A_2 = \frac{\pi \times r_1^2 \times \alpha}{360} - \frac{\pi \times r_2^2 \times \alpha}{360}$$

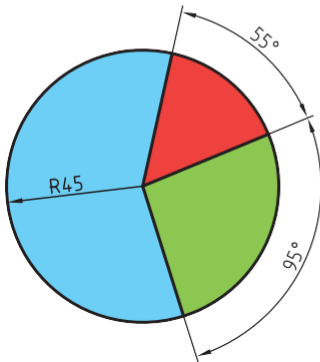
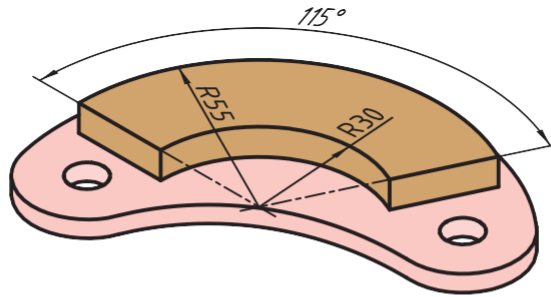
$$A = \frac{\pi \times 10^2 \times 70}{360} - \frac{\pi \times 15^2 \times 70}{360} = 39,77 - 137,4 = 370,1 \text{ mm}^2$$

## ارزشیابی پایانی

۱. مساحت مقطع پیستونی مطابق شکل  $7539/14 \text{ mm}^2$  است قطر آن چند میلی متر است؟

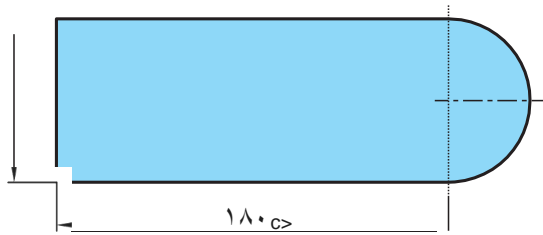


۲. سطح لنت مطابق شکل را به دست آورید.

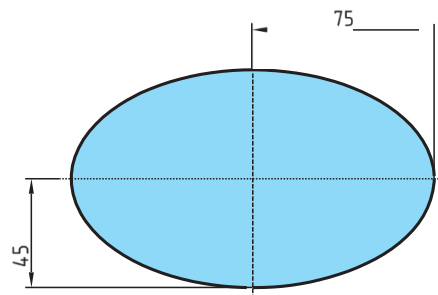


۳. در شکل زیر مساحت هر قطاع رنگی را به دست آورده و حساب کنید سطح هر قطاع چند درصد از مساحت کل دایره است.

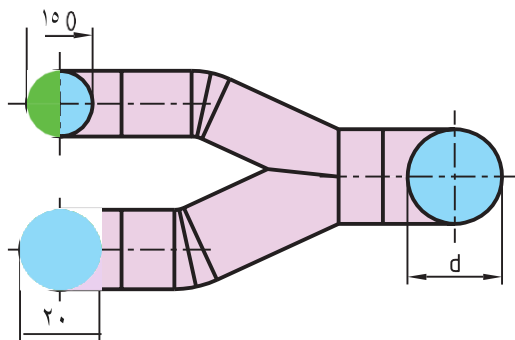




۵. برای تولید آینه موتورسیکلت مطابق زیر چند  $\text{mm}^2$  شیشه لازم است.



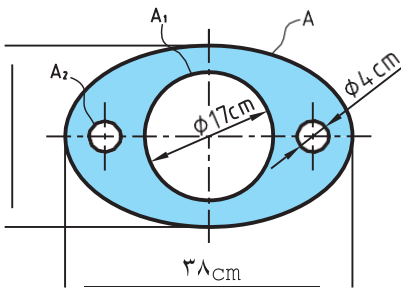
۶. در کانال شکل زیر سطح مقطع کانال ورودی با کانال‌های خروجی برابر است. مقدار  $d$



۱۴۰

## مساحت

### تمرین نمونه ۱



$$A = \frac{\pi \times D \times d}{4} = 115,92 \text{ cm}^2$$

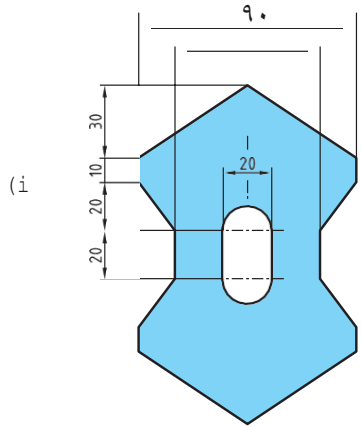
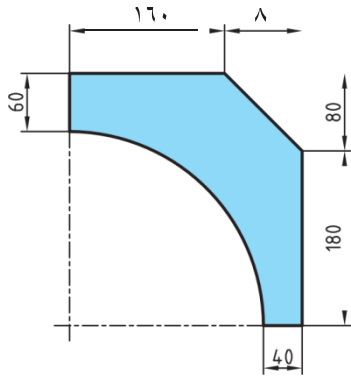
$$A_1 = \frac{\pi \times d^2}{4} = \frac{3,14 \times 17^2}{4} = 226,86 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \frac{\pi \times d^2}{4} = \frac{3,14 \times 4^2}{4} = 12,56 \text{ cm}^2$$

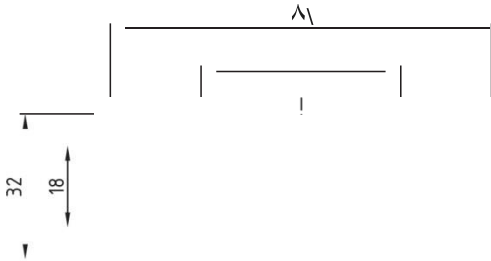
$$\text{مساحت} = A - A_1 - 2A_2 = 115,92 - 226,86 - 2 \times 12,56 = 463,94 \text{ cm}^2$$

$$\text{مساحت قطعه} = 463,94 \text{ cm}^2 \times 10^{-4} = 0,46394 \text{ m}^2$$

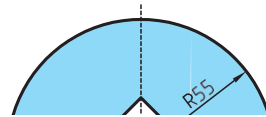
برای تولید ۸۰۰ بلندگو  $۰,۴۶۳۹۴ \times ۸۰۰ = ۳۷,۱۱۵۲m^۳$



(الف)

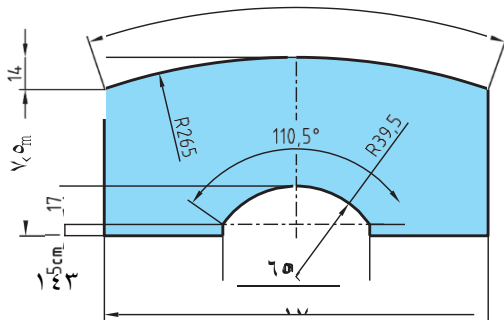


(د)

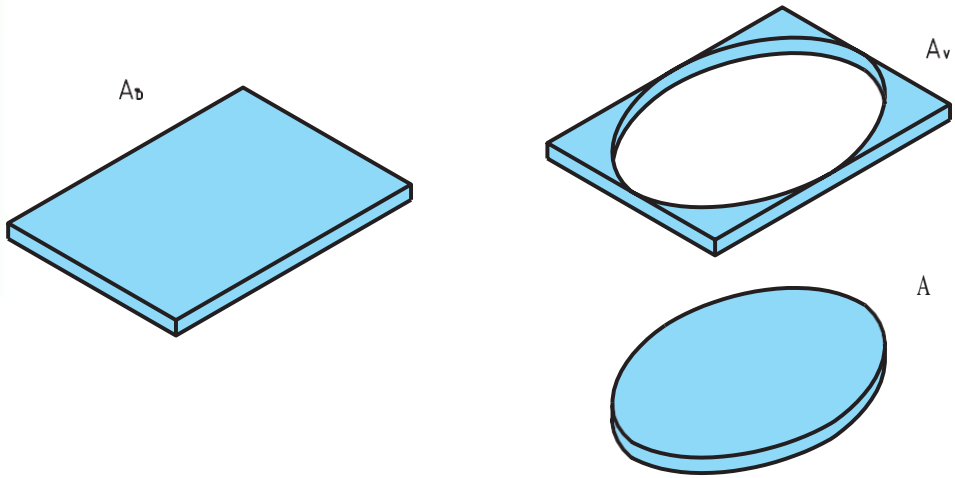


(ج)

مساحت سطح منحنی، مطابقت، شکا، زاویه دست آورند.



کنیم (شکل ۷-۴).



$$A_b' \quad A \quad A_v$$

مقدار درصد دورریز سطحی ( $A_v$ %) را می‌توان در دو حالت محاسبه کرد:

الف) درصد دورریز ( $A_v$ %) بر اساس سطح ورق اولیه:

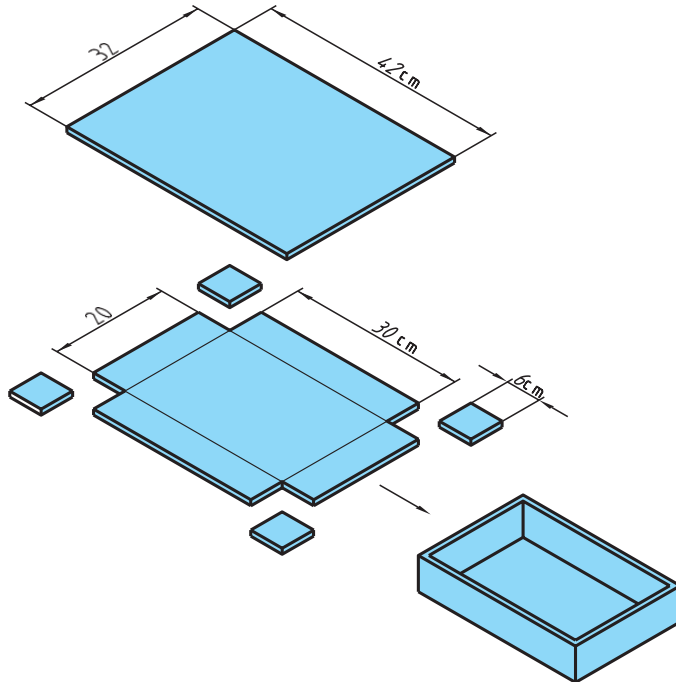
$$\text{درصد دورریز برحسب } A_b \text{، قطعه اولیه} = \frac{A_v}{A_b} \times 100$$

ب) درصد دورریز ( $A_v$ %) بر اساس سطح قطعه ساخته شده:

$$\text{درصد دورریز برحسب قطعه ساخته شده} = \frac{A_v}{A} \times 100$$







$$A_b = b \times l = 42 \times 32 = 1344 \text{ cm}^2$$

۴ ورق  $6 \times 6$  از گوشه‌های ورق اولیه دورریز است، و بعد از برش از ورق اولیه جدا

$$A_v = 4 \times (6 \times 6) = 144 \text{ cm}^2$$

$$A_b = A + A_v \rightarrow A = A_b - A_v = 1344 - 144 = 1200 \text{ cm}^2$$

$$\text{NI) } \%A_v = \frac{A_v}{A_b} = \frac{144}{1344} \times 100 = \%10,7 A_b \text{ درصد دورریز بر حسب قطعه اولیه}$$

$$\frac{A_v}{A} = \frac{144}{1200} \times 100 = \%12 A_{146} \text{ درصد دورریز برح، قطعه ساخته شده}$$

$$) \quad \rho/A_v =$$

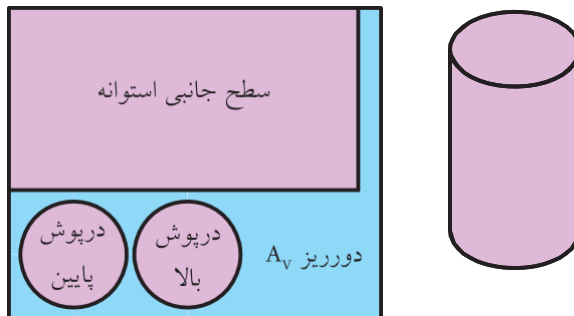
الف) بر  $\rho$  ، قطعه اولیه  
ب) بر  $\rho$  ، قطعه ساخته شده

اگر سطح استوانه‌ای مطابق شکل  $61,23 \text{ cm}^2$  باشد (مجموع مساحت‌های درپوش بالا،

به دست آورید (شکل ۹-۴).

(الف) دورریز ۲۵٪ سطح قطعه ساخته شده باشد.

(ب) دورریز ۱۸٪ سطح ورق اولیه باشد.



$A_b = ?$ ,  $A = 61,23 \text{ cm}^2$ ,  $25\% = \frac{A_v}{A} \times 100\%$  درصد دورریز براساس قطعه ساخته شده (الف) ساخته شده است، درصد سطح قطعه ساخته شده

را ۱۰۰٪ در نظر می‌گیریم.

$$\%A = \%$$

$$\%A_b = \% + \%A_v$$

$$\%A_b = \%100 + \%25 = \%125$$

$$\%A_b = \%125 \times A = \%125 \times 61,23 = 76,53 \text{ cm}^2$$

$A_b = ?$ ,  $A = 61,23 \text{ cm}^2$ ,  $18\% = \frac{A_v}{A_b} \times 100\%$  درصد دورریز براساس قطعه اولیه (ب)

چون درصد دورریز براساس سطح ورق اولیه است، درصد سطح ورق اولیه را ۱۰۰٪ در

می‌گیریم.

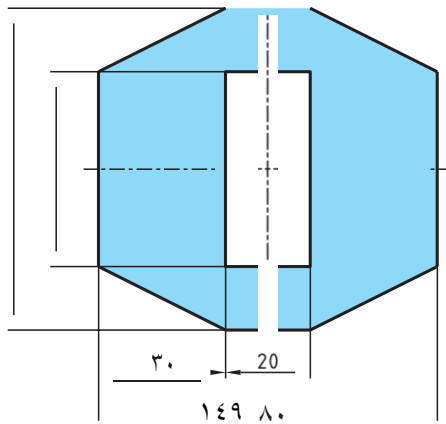
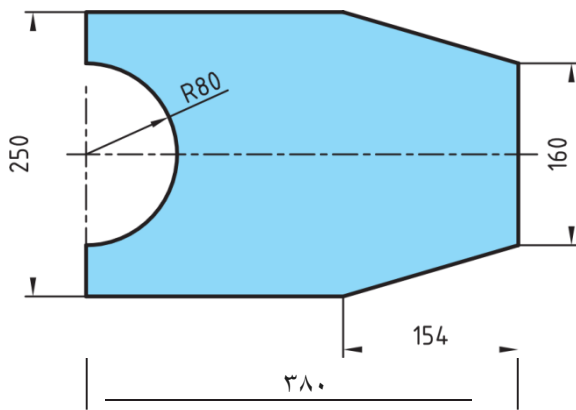
$$\%A_b = \%100$$

$$\%100 = \%A + \%A_v$$

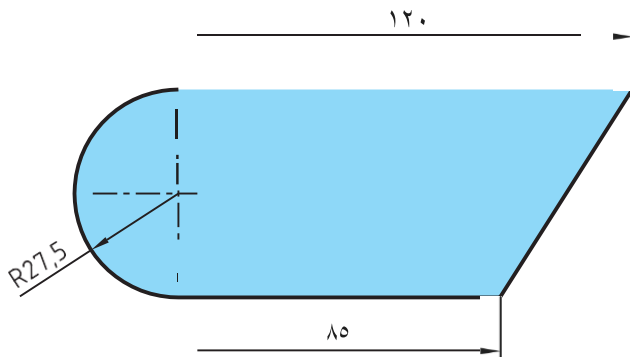
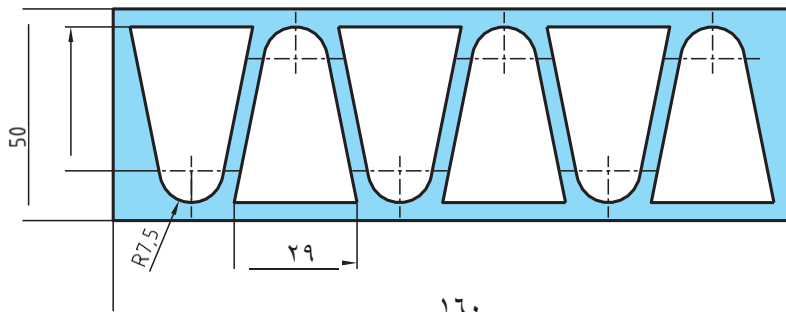
$$\%100 = \%A + \%18$$

$$\%A = \%100 - \%18 = \%82$$

$$\%A = \%82 A_b \rightarrow 61,23 = \%82 A_b \rightarrow A_b = \frac{74,67}{82} \text{ cm}^2$$







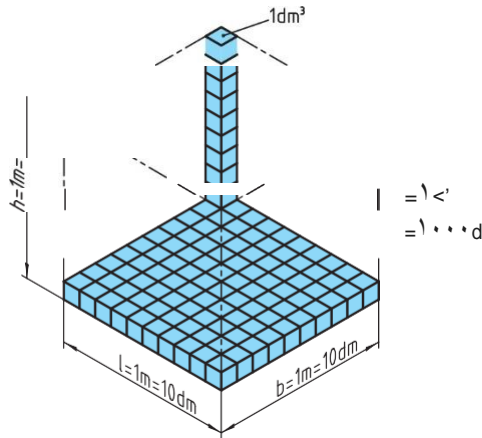
## فصل پنجم: محاسبات حجم

یکاهای اندازه‌گیری حجم  
محاسبه احجام هندسی

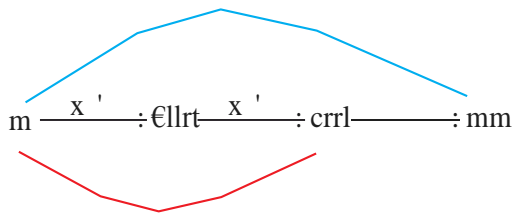


۱۰۰

یکای اندازه‌گیری حجم در سیستم SI مترمکعب و آن عبارت است از حجم مکعبی که طول،



$$1\text{ m} \times 1\text{ m} \times 1\text{ m} = 1\text{ m}^3$$



$\times 1000^3$  یا  $(10^3)$

$$1\text{ m}^3 \times 10^3 \rightarrow 1000\text{ m}^3 \times 10^3 \rightarrow 1000000\text{ m}^3 \times 10^3 \rightarrow 1000000000\text{ m}^3$$

$\times 1000^3$  یا  $(10^6)$

توجه 4: در نمودار بالا برای تبدیل یکاهای کوچک‌تر به بزرگ‌تر از عمل تقسیم و در جهت

به‌طور مثال در نمودار صفحه قبل برای تبدیل متر به میلی‌متر  $\times 1000$  است،

$$m^3 \times 1000^3 = mm^3$$

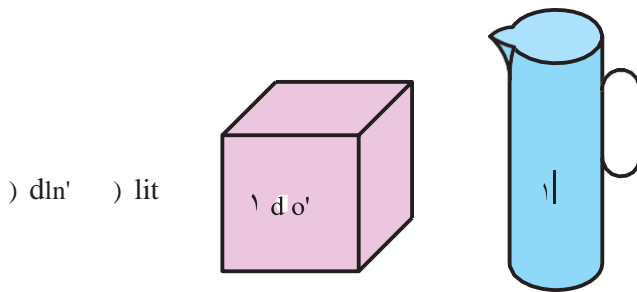
$$1m^3 = 10^3 dm^3 = 100^3 cm^3 = 1000^3 mm^3$$

$$1m^3 = 1000 dm^3 = 1000000 cm^3 = 1000000000 mm^3$$

یکای اصلی حجم مایعات در سیستم SI متر مکعب است، و یکای کوچک‌تر آن دسی‌متر

$l$

به شکل مکعب که هر ضلع آن یک دسی‌متر است (شکل ۵-۲).



همچنین یكاهای كوچك‌تر اندازه‌گیری حجم مایعات يك میلی‌لیتر یا يك سی سی (cc) است

$$1l = 1dm^3 = 1000cm^3 = 1000ml = 1000cc$$

$2/5 \text{ m}^3$	$\dots \text{ cm}^3$	$5230 \text{ mm}^3$	$\dots \text{ m}^3$
$240 \text{ dm}^3$	$\dots \text{ mm}^3$	$21/5 \text{ dm}^3$	$\dots \text{ cm}^3$
$15/62 \text{ cm}^3$	$\dots \text{ mm}^3$	$84 \text{ cm}^3$	$\dots \text{ m}^3$
$0/256 \text{ m}^3$	$\dots \text{ dm}^3$	$0 \text{ mm}^3 \dots \text{ dm}^3$	

الف)  $210505 \text{ mm}^3 + 0.45 \text{ m}^3 + 50.25 \text{ cm}^3 = \dots \text{ dm}^3$

ب)  $110 \text{ cm}^3 + 4 \text{ m}^3 - 20 \text{ dm}^3 = \dots \text{ mm}^3$

ج)  $62 \text{ m}^3 - 110 \text{ mm}^3 + 12 \text{ cm}^3 - 4 \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3$

۳. مقادیر زیر را به یکا

الف) به دسی متر مکعب

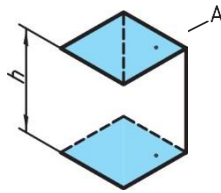
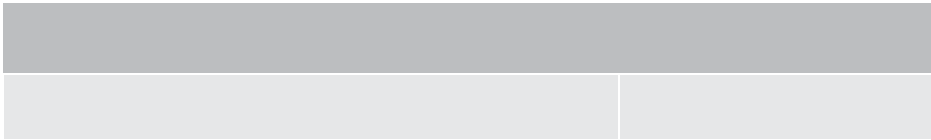
$$840.25 \text{ cm}^3, 1.282 \text{ m}^3, 405.12 \text{ mm}^3$$

ب) به سانتی متر مکعب

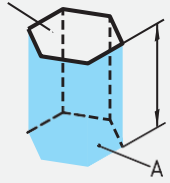
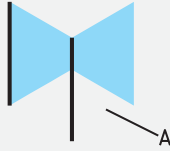
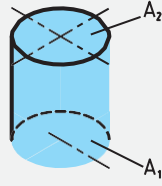
$$0.890 \text{ dm}^3, 0.65 \text{ m}^3, 1445 \text{ mm}^3$$

## هندسی

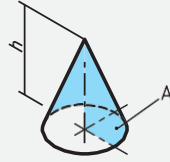
$V$	حجم	$A_1$	سطح قاعده پایینی
$H, h$	ارتفاع	$A_2$	سطح قاعده بالایی
$A$	سطح قاعده	$A_M$	سطح جانبی
$A_0$	سطح کل		



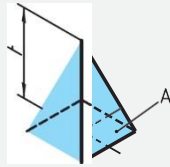
منشور چهار ضلعی



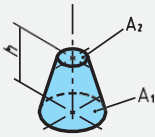
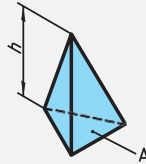
$$V = A \times h$$



ارتفاع × مساحت قاعده

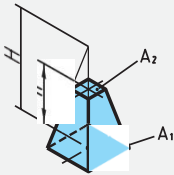


$$V = \frac{A \times h}{3}$$

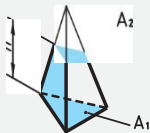


= حجم هرم ناقص

$$V = \frac{h}{3} (D^2 + d^2 + D \times d)$$

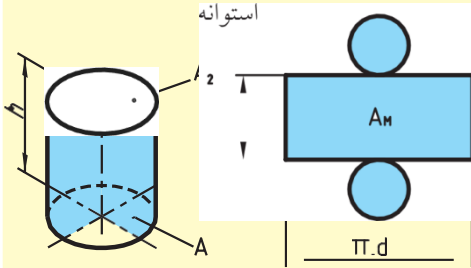


$$V = \frac{H}{3} (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2})$$



$$V = \frac{h}{3} (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2})$$

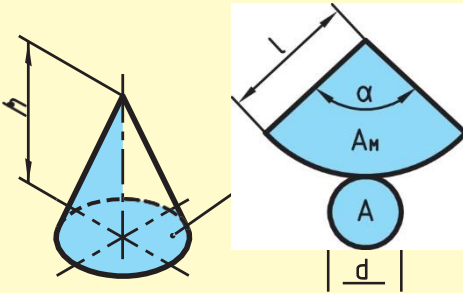
مساحت جانبی احجام دوار



$$A_M = u \times h$$

$$A_M = z \times d \times h$$

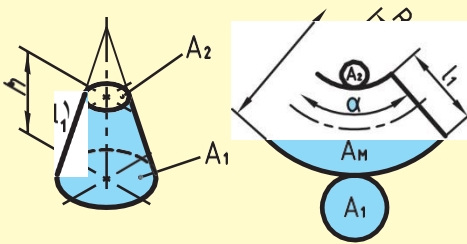
$$A = A_1 + A_M + A_2$$



$$A_M = \frac{L^2 \times \pi \times \alpha}{360}$$

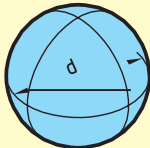
$$A = A_1 + A_M$$

$$L = \sqrt{\frac{d'^2 + h'^2}{2}} \times d$$

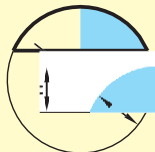


$$A_M = \frac{(R' - R) \times z \times n}{rs}$$

$$A = A_1 + A_2 + A_M$$

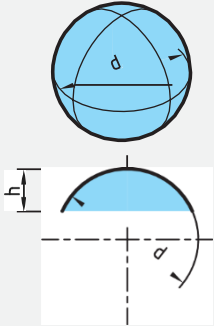


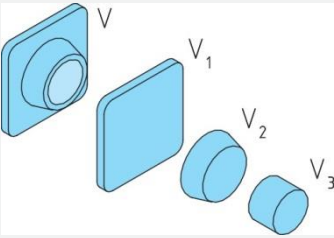
$$A_y = z \times d'$$



$$A_y = z \times d \times h$$



	$v = \frac{\pi}{6} \times d^3$ $V = z \times h' \times d$
---	--

	$V = V_1 + V_2 + V_3$
---	-----------------------



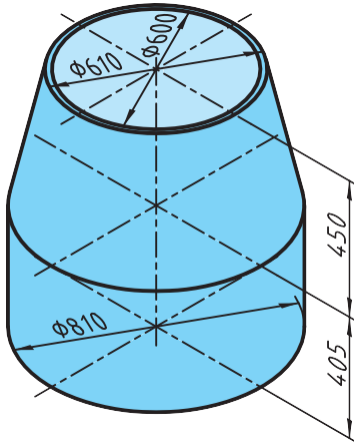
$$v = \frac{\pi \times h}{12} (D^2 + d^2 + D \times d)$$

$$V = \frac{\pi \times 11}{12} (V^2 + r^2 + V \times r) = 26V, 6 \text{ cm}^3 \div 1000 \rightarrow 26,6 \text{ lit}$$



## تمرین نمونه ۲

در دستگاه آماده ساز بتون مطابق شکل ۵-۴، ابعاد مخزن همزن بتون داده شده است. حجم این مخزن را بر حسب لیتر حساب کنید.



شکل ۵-۴

ضخامت ورق طبق شکل ۵ mm می باشد.

حجم استوانه:

$$V = A \times h = \pi \times \frac{d^2}{4} \times h = 3,14 \times \frac{600^2}{4} \times 405 = 200,960 \text{ cm}^3 \xrightarrow{\div 1000} 200,96 \text{ lit}$$

حجم مخروط ناقص:

$$V = \frac{\pi \times h}{12} (D^2 + d^2 + D \times d) = \frac{\pi \times 45}{12} (810^2 + 600^2 + 810 \times 600) = 174,270 \text{ cm}^3 \xrightarrow{\div 1000} 174,27 \text{ lit}$$

حجم کل مخزن:

حجم قسمت مخروط ناقص + حجم قسمت استوانه = حجم کل مخزن

$$\text{حجم کل مخزن} = 200,96 + 174,27 = 375,23 \text{ lit}$$

109

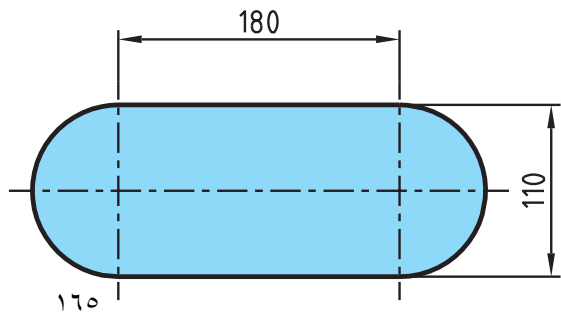
164

## ارزشیابی پایانی

۱. قطر مخزن اکسیژن شکل زیر  $6/5$  m است. حجم مخزن را برحسب مترمکعب و لیتر به دست آورید.

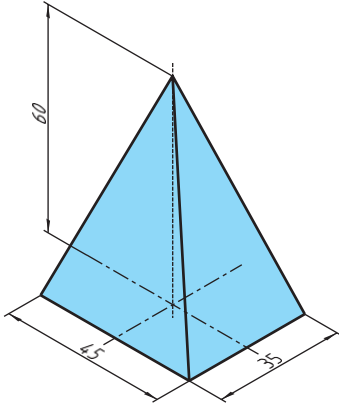


۲. مخزن آگروز یک خودرو مطابق شکل زیر است. حجم آن را برحسب لیتر حساب کنید.

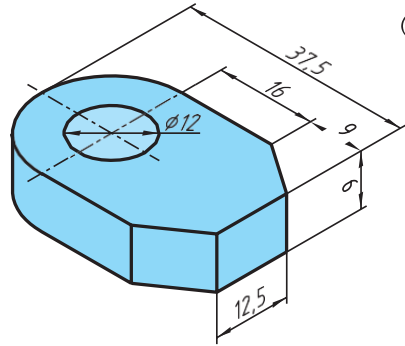




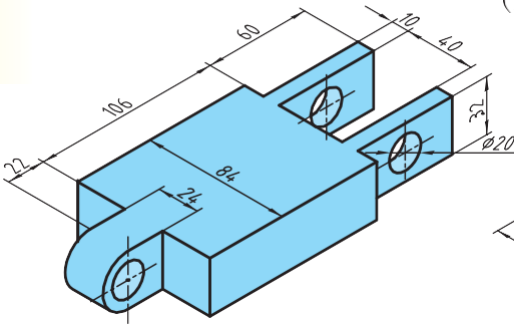
۳. حجم قطعات زیر را به دست آورید:



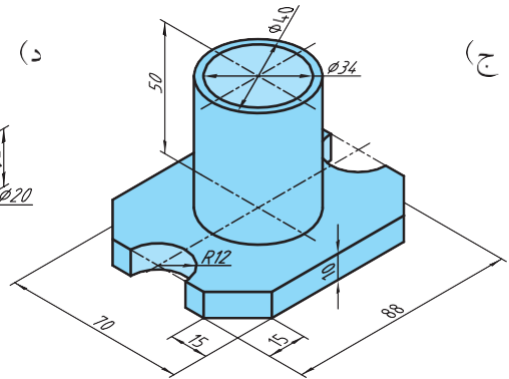
(ب)



(الف)

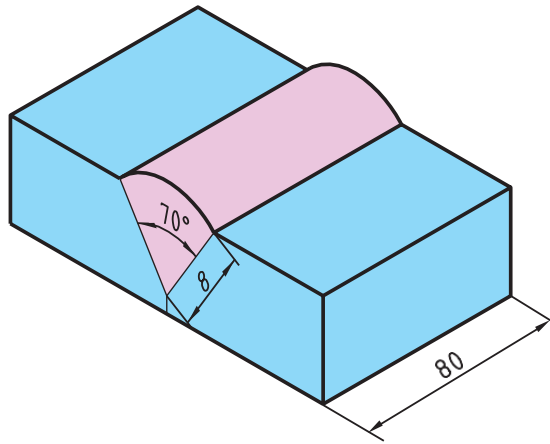


(د)



(ج)

۴. برای جوشکاری قطعه مطابق شکل از الکترودهای با قطر ۳ میلی متر و طول ۴۰۰ میلی متر استفاده می شود در صورتی که از هر الکتروود ۴۰ میلی متر آن به علت کوتاه شدن غیرقابل استفاده باشد تعداد الکتروود لازم را به دست آورید.



111



## فصل ششم: محاسبات جرم و وزن

جرم

وزن



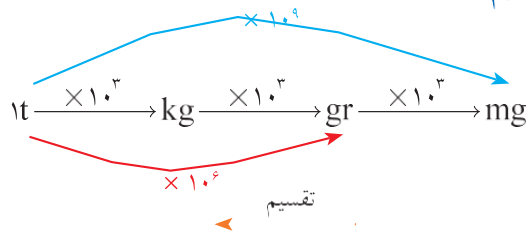
## جرم یکای اندازه‌گیری جرم

یکای جرم در سیستم SI کیلوگرم است و با نماد kg نشان می‌دهند. یک کیلوگرم، جرم قطعه‌ای استوانه‌ای شکل به قطر و ارتفاع ۳۹ میلی‌متر از آلیاژ پلاتین-ایریدیم (Pt-Ir) که ۹۰٪ پلاتین و ۱۰٪ آن ایریدیم است و در سازمان اوزان و مقادیر بین‌المللی، واقع در موزه سور فرانسه، نگهداری می‌شود (شکل ۶-۱). توجه: جرم ماده مقدار ماده تشکیل دهنده یک جسم است و هر چه تعداد ذره‌های سازنده یک جسم بیشتر باشد جرم جسم نیز بیشتر می‌شود.



شکل ۶-۱

## تبدیل یكاهای جرم



توجه: برای تبدیل یكاهای کوچک‌تر به بزرگ‌تر از عمل تقسیم و در جهت عکس استفاده می‌کنیم.

بنابراین نمودار بالا را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$1t = 10^3 kg \Rightarrow 10^6 gr = 10^9 mg$$



## اندازه‌گیری جرم

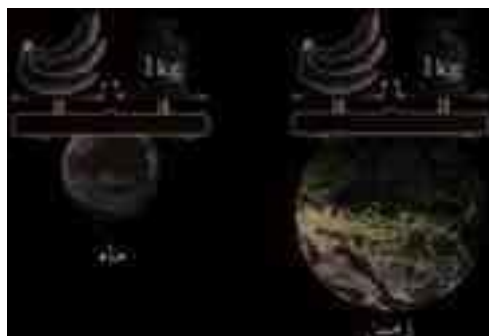
برای اندازه‌گیری جرم یک جسم از ترازو استفاده می‌شود. به این منظور قطعه موردنظر را در یک کفه و وزنه را در طرف دیگر ترازو قرار می‌دهیم. در صورتی که جرم جسم و وزنه با هم برابر باشند دو کفه روبه‌روی هم قرار می‌گیرند و اندازه جرم معادل مقدار وزنه است (شکل ۶-۲).



شکل ۶-۲

نکته

اندازه‌گیری جرم دو جسم به نیروی جاذبه زمین بستگی ندارد و جرم هر جسم در تمام جهان یکسان است (شکل ۶-۳).



۱۷۳

شکل ۶-۳



شتاب گرانشی است.

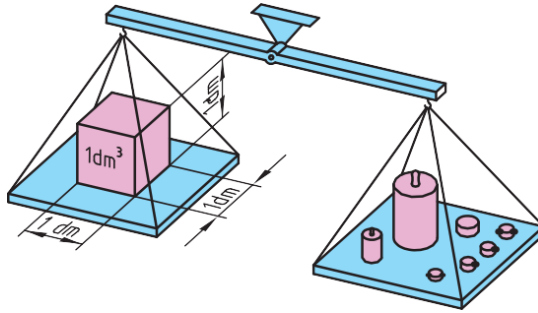
$$\text{جرم} = \rho \times V \rightarrow \rho = \frac{m}{V}$$

$$\rho = \text{جرم مخصوص} \left( \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \quad m = \text{جرم} \quad (kg) \quad V = \text{حجم} \quad (\text{m}^3)$$

یکای جرم حجمی در سیستم SI کیلوگرم بر مترمکعب  $\left( \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$  است. ولی می‌توان آن را بر حسب  $\frac{t}{\text{m}^3}$   $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$   $\frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$   $\frac{\text{mg}}{\text{cm}^3}$  بیان کرد.

m' lit dm' cm' mm'

به عنوان مثال جرم مخصوص فولاد  $7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$  است (شکل ۴-۶).



kg dm <sup>3</sup>	مس	$\frac{kg}{dm^3}$ ۲,۷	آلومینیم
$\frac{kg}{dm^3}$ ۷,۸۵		kg dm <sup>3</sup>	
$\frac{kg}{dm^3}$ ۱۱,۳۵		\$ kg dm <sup>3</sup>	
kg dm <sup>3</sup>	قلع	$\frac{kg}{dm^3}$	برنج

$$\rho = \frac{m}{V} \quad m = \rho \times V$$

جرم چکش فولادی زیر با  $\frac{kg}{dm^3}$  را به دست آورید.



شکل ۶-۵

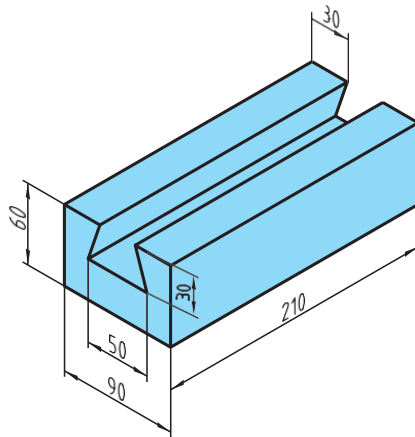
$$A = 1 \text{ S } 1 \text{ — } z x a \text{ — } i \text{ mcm}^2$$

$$V = A \times h = 25 \times 8 = 200 \text{ cm}^3 \text{ — } \dots \text{ یا } 0,2 \text{ dm}^3 \text{ یا } 0,2 \text{ lit}$$

$$m = \rho \times V = 7,85 \times 0,2 = 1,57 \text{ kg} \quad ۱۷۶$$



جرم قطعه‌ای چدنی به طول ۲۱۰ میلی‌متر، مطابق شکل، با جرم حجمی ( $\rho = 7,25 \frac{\text{kg}}{\text{lit}}$ )



$$A_1 = l \times b = \text{mcm} \times \text{mcm} = 01 \text{cm}^2$$

$$A_2 = l \times b = 12 \times 12 = 144 \text{cm}^2$$

$$A = A_1 - A_2 = 54 - 12 = 42 \text{cm}^2$$

$$V = A \times h = 42 \times 21 = 882 \text{cm}^3 \quad \div 1000 \rightarrow 0,882 \text{lit}$$

$$m = \rho \times V = 7,25 \times 0,882 = 6,394 \text{kg}$$

در مباحث معمولاً جرم واحد طول میله‌ها، پروفیل‌ها، لوله‌ها، سیم‌ها و جرم سطحی ورق‌ها را در جدول‌های ویژه‌ای ارائه می‌دهند که به کمک این جدول‌ها می‌توان جرم قطعه را محاسبه کرد.

برای محاسبه جرم یک میله یا پروفیل و ... با طول مشخص، ابتدا مقدار جرم آن را در طول ۱ متر از جدول به دست می‌آوریم، سپس این عدد را در طول قطعه مورد نظر ضرب می‌کنیم.

طول قطعه  $\times$  جرم واحد طول = جرم قطعه (پروفیل، میله، لوله، سیم)

$$m = m' \times l$$

$$(\text{m}) = l \quad \left( \frac{\text{kg}}{\text{m}} \right) \quad m$$

$$\cdot @ w' \text{ } = m' \text{ (kg)} = m$$

118

اگر قطعه یک ورق باشد، کافی است جرم یک مترمربع آنرا از جدول با توجه به ضخامت ورق به دست آوریم و در مقدار مساحت ورق ضرب کنیم:

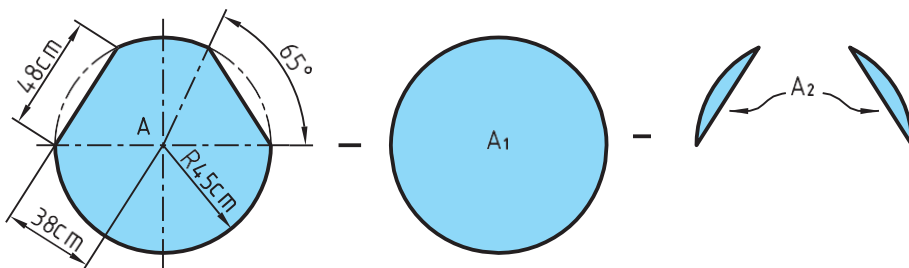
مساحت قطعه  $\times$  جرم واحد سطح = جرم ورق

$$m = m'' \times A$$

$$m = \text{جرم قطعه (kg)} \quad m'' = \text{جرم واحد سطح (}\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}\text{)} \quad A = \text{سطح قطعه (m}^2\text{)}$$

### تمرین نمونه ۳

به کمک جدول جرم ورقی به ابعاد زیر از جنس آلومینیم را با ضخامت ۰/۶ به دست آورید (شکل ۶-۷).



شکل ۶-۷

طبق جدول ۵ ضمايم، جرم هر مترمربع از ورق آلومینیم با ضخامت ۰/۶ mm برابر با ۱/۶۲ کیلوگرم بر مترمربع است. برای به دست آوردن مساحت ورق بالا مقدار دو قطعه برش خورده را از مساحت دایره کامل کم می کنیم.

$$A_1 = \frac{\pi \times d^2}{4} = \frac{3,14 \times 0,48^2}{4} = 0,6358 \text{ m}^2 \quad \leftarrow \text{مساحت دایره قبل از برش}$$

$$A_2 = \frac{\pi \times r^2 \times \alpha}{360} - \frac{l \times (r - b)}{2} = \frac{3,14 \times 0,45^2 \times 65}{360} - \frac{0,48 \times (0,45 - 0,07)}{2}$$

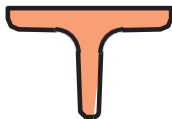
$$A_2 = 0,115 - 0,0912 = 0,0238 \text{ m}^2 \quad \leftarrow \text{مساحت قطعه برش خورده}$$

$$A = A_1 - 2A_2 = 0,6358 - 2 \times 0,0238 = 0,5882 \text{ m}^2$$

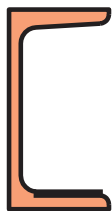
$$m = m'' \times A = 1,62 \times 0,5882 = 0,9529 \text{ kg}$$

119

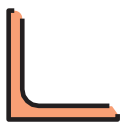
الف) جرم ۳ متر سپری فولادی با جرم طولی  $m' = ۳,۶۴ \frac{\text{kg}}{\text{m}}$  و ابعاد  $۳۰ \times ۶۰ \times ۵/۵$



ب) جرم ۴/۵ متر ناودانی فولادی با جرم طولی  $m' = ۱۰,۶ \frac{\text{kg}}{\text{m}}$  و ابعاد  $۱۰۰ \times ۵۰$  میلی‌متر



ج) جرم ۲/۸ متر از نبشی فولادی با جرم طولی  $m' = ۲,۴۲ \frac{\text{kg}}{\text{m}}$  و ابعاد  $۴۰ \times ۴۰ \times ۴$  میلی‌متر را به دست آورید (شکل ۱۰-۶).



IU •%

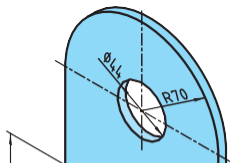
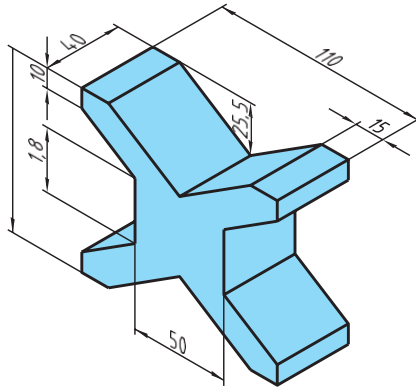
الف) سپری  $m = m' \times l = ۳,۶۴ \times ۳ = ۱۰,۹۲ \text{kg}$

ب) ناودانی  $m = m' \times l = ۱۰,۶ \times ۴,۵ = ۴۷,۷ \text{kg}$

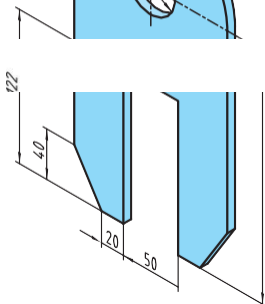
ج) نبشی  $m = m' \times l = ۲,۴۲ \times ۲,۸ = ۶,۷۷۶ \text{kg}$

۵۲ kg	.. mg	1 nv gr	. kg
۲۸۵۰ kg	..... gr	T/Tt	..... kg
۸۴۳۵۲ gr	. kg	۶۵۲۸۴ mg	. kg

۲. جرم قطعه آلومینیمی با جرم مخصوص  $۲,۷ \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$  مطابق شکل زیر چند گرم است؟



۳. قطعه مسی شکل زیر از ورقی با ضخامت  $۰,۳۵$  میلی متر



$\frac{\text{kg}}{۳,۱۱}$  باشد جرم ۱۵۰ عدد از این قطعه را بر  $\approx$

۴. در تریلر با تانکر حمل گازوئیل مطابق شکل زیر طول تانکر ۱۲ متر و قطر آن  $۲/۸۵$  متر است. اگر در ساخت آن از ورق فولادی به ضخامت  $۳/۵$  میلی‌متر استفاده شده باشد.

$$(m'' = ۲۷/۵ \frac{kg}{m^2})$$

الف) جرم تانکر خالی

ب) حجم تانکر بر حسب لیتر

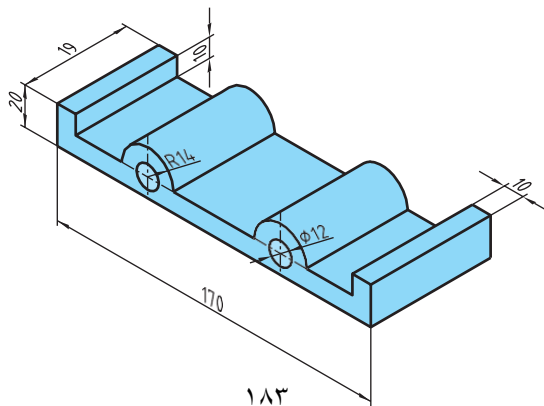
ج) اگر تانکر پر باشد، جرم گازوئیل را بر حسب کیلوگرم به دست آورید.

$$(\rho = ۰/۸۵ \frac{kg}{dm^3} \text{ گازوئیل})$$

د) اگر از تانکر برای حمل روغن موتور با جرم حجمی  $۰/۹ \frac{kg}{dm^3}$  استفاده شود چقدر نسبت به گازوئیل افزایش جرم خواهد داشت؟



۵ جرم قطعه چدنی مطابق شکل با جرم حجمی  $۷/۲۵ \frac{kg}{m^3}$  چند گرم است؟







## وزن

### نیروی وزن

نیروی وزن برآیندی از مجموعه نیروهای وارد شده بر جرم جسم است. تمامی اجسام به نسبت جرم و فاصله‌ای که نسبت به هم دارند با نیرویی به طرف همدیگر کشیده می‌شوند. این نیروها می‌تواند شامل نیروهای جاذبه زمین، جاذبه خورشید، ماه و اجرام آسمانی باشد. برآیند این نیروها همان نیروی جاذبه زمین یا نیروی وزن جسم است (شکل ۱۱-۶).



شکل ۱۱-۶

نیروی جاذبه زمین به جرم جسم و فاصله‌اش از زمین وابسته است. بنابراین اگر جرم جسم بیشتر باشد این نیرو نیز بیشتر می‌شود و هر چه فاصله‌اش از سطح زمین بیشتر باشد این نیرو کمتر می‌شود. بدیهی است که مقدار نیروی وارد شده از زمین خیلی بیشتر از سایر نیروهاست تا بتواند برآیند آن به سمت مرکز زمین باشد و حاصل آن نیروی جاذبه به سمت زمین است.

مقدار نیرویی که از طرف زمین بر جرم جسم وارد می‌شود را نیروی وزن می‌گویند.

## یکای نیرو (نیروی وزن)

یکای نیرو در سیستم SI نیوتن است که با N نشان می‌دهند.

یک نیوتن: مقدار نیرویی است که به جسمی به جرم یک کیلوگرم شتابی معادل  $1 \frac{m}{s^2}$  می‌دهد (شکل ۶-۱۲).



شکل ۶-۱۲

$1 \frac{m}{s^2}$ : شتابی است که در هر ثانیه به سرعت جسم  $1 \frac{m}{s}$  اضافه شود (شکل ۶-۱۲).



شکل ۶-۱۲

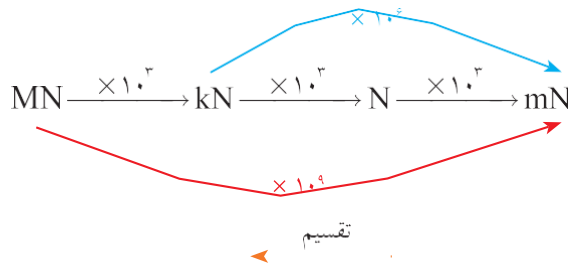
## محاسبه نیرو

شتاب جسم  $\times$  جرم جسم = نیروی وارد بر جسم

$$F = m \times a$$

$$a = \text{شتاب جسم} \left(\frac{m}{s^2}\right) \quad m = \text{جرم جسم} \text{ (kg)} \quad F = \text{نیروی} \text{ (N)}$$

## تبدیل یكاهای اندازه‌گیری وزن



توجه: برای تبدیل یكاهای کوچک‌تر به بزرگ‌تر از عمل تقسیم و در جهت عکس استفاده می‌شود.



به عبارت دیگر:

$$1 \text{ MN} = 10^3 \text{ kN} = 10^6 \text{ N} = 10^9 \text{ mN}$$

## محاسبه نیروی وزن

مقدار نیروی وزن هر جسمی به جرم و شتاب ثقل محل استقرار آن بستگی دارد.

شتاب اجسام در حال سقوط را شتاب ثقل زمین می‌نامند.

شتاب ثقل زمین در نقاط مختلف متفاوت است. شتاب ثقل زمین در پاریس  $9.81 \text{ m/s}^2$ ، در منطقه استوا  $9.78 \text{ m/s}^2$  و در نواحی قطبی  $9.83 \text{ m/s}^2$  است. از این جهت نیروی وزن در نقاط مختلف کره زمین متفاوت است. به عنوان مثال نیروی وزن شخصی به جرم  $100$  کیلوگرم در پاریس  $981 \text{ N}$ ، در منطقه استوا  $978 \text{ N}$  و در نواحی قطبی  $983 \text{ N}$  است (شکل ۶-۱۳).



شکل ۶-۱۳

شتاب ثقل در کره‌های مختلف نیز متفاوت است. شتاب ثقل در کره ماه  $1.62 \text{ m/s}^2$ ، در سیاره مشتری  $24.91 \text{ m/s}^2$  و در خورشید  $270 \text{ m/s}^2$  است (شکل ۶-۱۴).

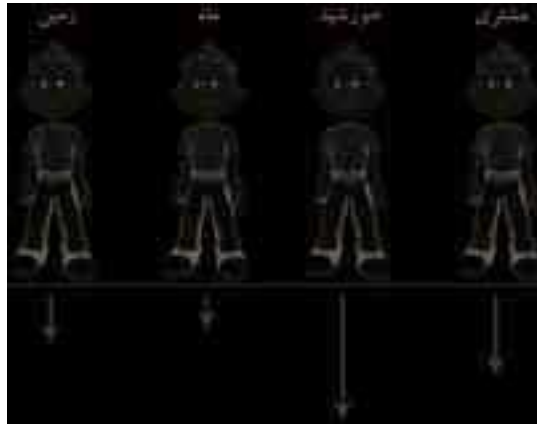


$$g = 9.81 \frac{m}{s^2}$$

شتاب ثقل = جرم جسم × نیروی وزن

$$F_G = m \times g$$

(N) نیروی وزن =  $F_G$       (kg) جرم جسم =  $m$        $(\frac{m}{s^2})$  شتاب ثقل =  $g$



$$m = 63.0 \text{ kg} \quad m = 63.0 \text{ kg} \quad m = 63.0 \text{ kg} \quad m = 63.0 \text{ kg}$$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2 \quad g = 1.62 \text{ m/s}^2 \quad g = 270 \text{ m/s}^2 \quad g = 24.91 \text{ m/s}^2$$

$$F_G = 623 \text{ N} \quad F_G = 103 \text{ N} \quad F_G = 17145 \text{ N} \quad F_G = 1582 \text{ N}$$

$$m = \rho \times V$$

$$F_G = m \times g \quad \rightarrow \quad F_a = \rho \times V \times g$$

$$\left(\frac{kg}{lit}\right) \text{ یا } \left(\frac{kg}{dm^3}\right) = \rho \quad (lit) \quad (dm^3) = V$$



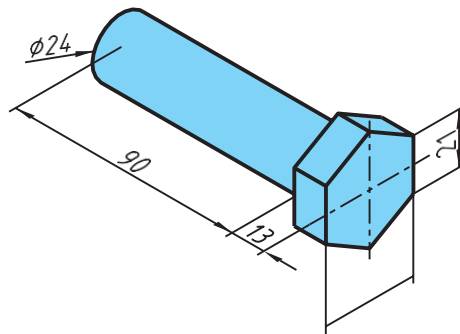
$$F_G = m \times g = 1 \text{ kg} \times 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 9.81 \text{ N}$$

نیروی وزن در کره زمین

$$F_G = m \times g = 1 \text{ kg} \times 1.62 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1.62 \text{ N}$$

نیروی وزن در کره ماه

نیروی وزن قطعه، مطابق شکل ۱۵-۶، از جنس فولاد را به دست آورید. ( $\rho = 7.85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ )



$$A_1 = n \times l \times d = 6 \times 13 \times 14 = 11,34 \text{ cm}^2$$

محاسبه حجم شش گوش آچارخور

$$V_1 = A_1 \times h = 11,34 \times 13 = 14,74 \text{ cm}^3$$

$$A_2 = \pi \times d^2 = 3,14 \times 14^2 = 6,15 \text{ cm}^2$$

محاسبه میله استوانه‌ای

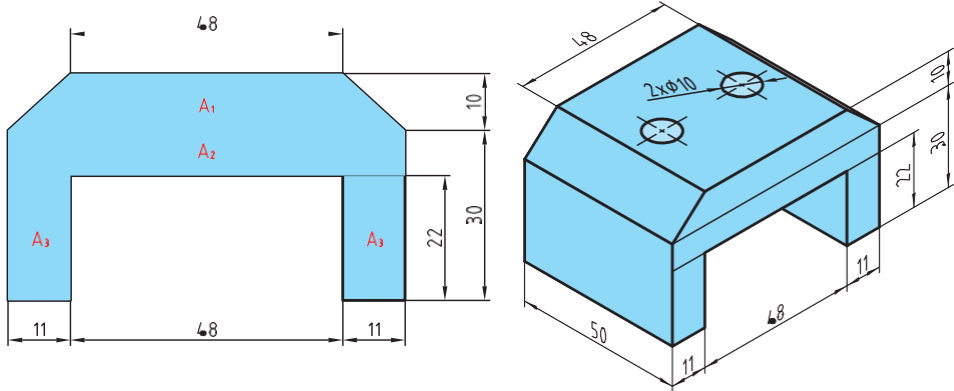
$$V_2 = A_2 \times h_2 = 6,15 \times 9 = 55,42 \text{ cm}^3$$

$$V = V_1 + V_2 = 14,74 + 55,42 = 70,16 \text{ cm}^3 \rightarrow 0,07016 \text{ dm}^3$$

$$F_G = \rho \times V \times g = 7,85 \times 0,07016 \times 9,81 = 5,42 \text{ N}$$

## تمرین نمونه ۲

نیروی وزن ۱۲۰۰ عدد قطعه شکل ۱۷-۶ از جنس آلومینیوم یا جرم حجمی  $\rho = ۲,۷ \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$  را به دست آورید.



شکل ۱۷-۶

در شکل فوق ابتدا مساحت مقطع قطعه را به دست آورده سپس در طول قطعه ضرب نموده و در پایان حجم دو سوراخ را از حجم کل قطعه کم می کنیم.

$$A_1 = \frac{l_1 + l_2}{2} \times b = \frac{48 + 50}{2} \times 10 = 590 \text{ mm}^2, \quad A_2 = l \times b = 50 \times 10 = 500 \text{ mm}^2$$

$$A_3 = l \times b = 22 \times 11 = 242 \text{ cm}^2$$

$$A = A_1 + A_2 + 2 \times A_3 = 590 + 500 + 2 \times 242 = 1634 \text{ mm}^2$$

$$\text{حجم قطعه بدون سوراخ } V_1 = A \times h = 1634 \times 50 = 81700 \text{ mm}^3$$

$$\text{حجم سوراخ } V_2 = A \times h = \frac{\pi \times d^2}{4} \times h = \frac{3.14 \times 10^2}{4} \times 18 = 1413 \text{ mm}^3$$

$$\text{حجم قطعه نهایی } V = V_1 - 2 \times V_2 = 81700 - 2 \times 1413 = 78874 \text{ mm}^3 \rightarrow 0.078874 \text{ dm}^3$$

$$F_G = \rho \times V \times g = 2.7 \times 0.078874 \text{ dm}^3 \times 9.81 \approx 20.89 \text{ N}$$

نیروی وزن یک قطعه

$$F_G = 1200 \times 20.89 = 25068 \text{ N}$$

نیروی وزن ۱۲۰۰ عدد

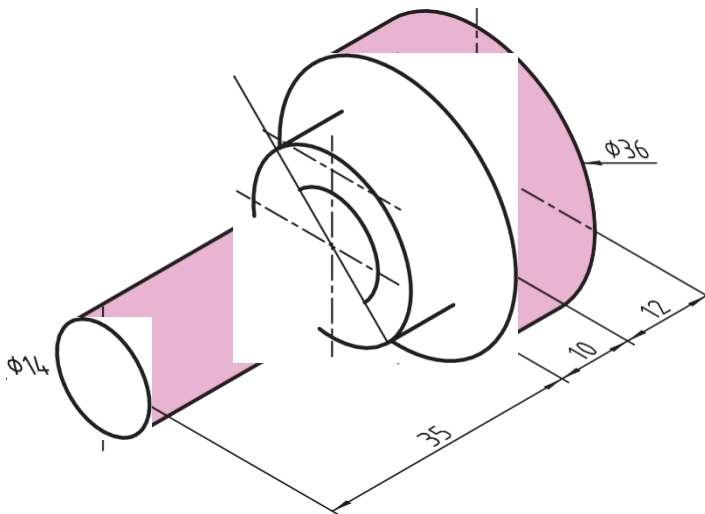




۱۵۵۰ N	.... kN	۲۱۱۵۰ kN	.... MN
۱۲۶۰ N	.... MN	۲۷۰ MN	.. N
۳۸۰ kN	.... MN	۴۲۰ MN	.... kN

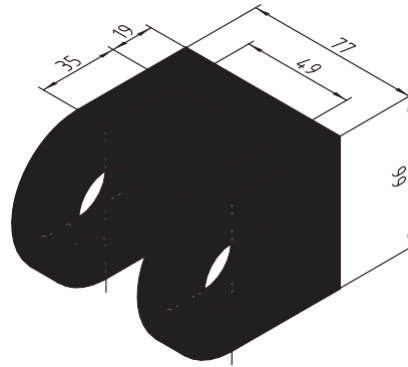
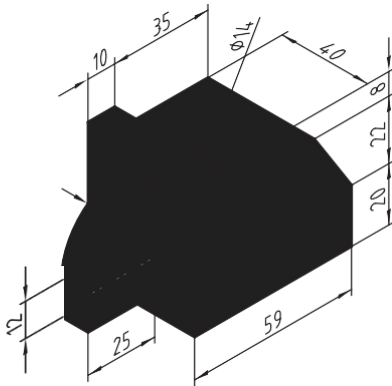
$$\rho = ۲,۷ \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

۲. نیروی وزن قطعه زیر را که از جنس آلومینیم ساخته شده با



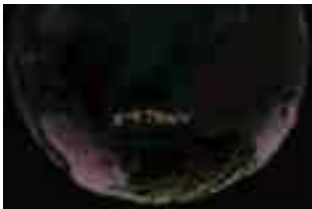
۳. نیروی وزن قطعات مسی مطابق شکل با  $\rho = 8,9 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$  را به دست آورید.

۳. نیروی وزن قطعات مسی مطابق شکل با



۴. یک جرثقیل به جرم  $m = 6/8 \text{ t}$  برای کار به نقاط مختلف دنیا منتقل می شود. اگر جرم راننده  $m = 85 \text{ kg}$  باشد، نیروی وزن این جرثقیل با راننده را در نقاط زیر به دست آورید.

الف) در منطقه استوا  $9,78 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$



ب) در نواحی قطبی  $9,83 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

L  $\rho = 0,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$  درون این بشکه بریزیم وزن آن به  $2500 \text{ N}$  می رسد، این



برای جمع و تفریق کسره‌های هم‌مخرج صورت کسر را با هم جمع و یا از هم تفریق کرده و مخرج

$$\bullet + T \quad \underline{\underline{A-FT-1}}$$

$$\frac{5}{6} - \frac{3}{2}$$

$$\frac{5}{a} - \frac{3}{a} + \frac{7}{a} = \frac{5-3+7}{a} = \frac{9}{a}$$

ابتدا کوچک‌ترین مخرج مشترک را تعیین کرد. کوچک‌ترین مخرج مشترک عددی است که بر تمام مخرج کسرها قابل تقسیم باشد.

$$\frac{1}{2} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{4}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$$

صورت و مخرج هر کسر را در خارج آن ضرب مخرج مشترک بر مخرج مربوطه باید ضرب کرد. سپس عمل جمع و تفریق کسر را انجام داد.

$$= 12 \text{ مخرج مشترک}$$

$$= b.d \text{ مخرج مشترک}$$

$$= \frac{1.6}{2.6} + \frac{2.4}{3.4} - \frac{3.3}{4.3}$$

$$\frac{a.d}{b.d} + \frac{c.b}{b.d}$$

$$= \frac{6}{12} + \frac{8}{12} - \frac{9}{12} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{a.d+c.b}{b.d}$$

برای ضرب یک کسر در کسر دیگر باید صورت‌ها

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{3.2}{6}$$

هر گاه دو فاکتور علامت یکسان داشته باشند حاصل ضرب آنها مثبت است.

$$T.A = 1'$$

$$a.x = ax$$

$$(-i) \cdot (-A) = 1 \bullet$$

$$(-a) \cdot (-x) = ax$$

هر گاه دو فاکتور علامت مخالف داشته باشند حاصل ضرب آنها منفی است.

$$3 \cdot (-8) = -24$$

$$a \cdot (-x) = -ax$$

$$(-3) \cdot 8 = -24$$

$$(-a) \cdot x = -ax$$

هر گاه مخرج و صورت یا مقسوم و مقسوم علیه علامت یکسان داشته باشند حاصل قسمت علامت مثبت دارد.

$$\frac{10}{3} = 15 : 3 = 5$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{b}$$

$$-3 = (-1A) : (-F) = A$$

$$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{15}{-3} = 15 : (-3) = -5$$

$$\frac{-b}{-a} = \frac{b}{a}$$

هرگاه مخرج و صورت یا مقسوم و مقسوم علیه

a a

علامت مخالف داشته باشند حاصل قسمت علامت

منفی  $\frac{-۱۵}{۳} = (-۱۵):۳ = -۵$

b b

$$ta.b - c.rd$$

$$= tab - rcd$$

$$a + (b - c)$$

$$= a + b - c$$

$$a - (b - c)$$

$$= a - b + c$$

عبارت پرانتز در یک فاکتور ضرب می‌شود، در این

$$v.(4 + 5)$$

$$a.(b + c)$$

$$= ab + ac$$

عوامل پرانتز دیگر ضرب می‌شود.

$$(3 + 5).(10 - v)$$

$$= Y. ' + V.(-v) + n. + o$$

$$.(-v)$$

$$(a + b).(c - d)$$

$$= ac - ad + bc - bd$$

بر مقدار فوق تقسیم می‌شود.

$$(16 - 4) : 4$$

$$(a + b) : c = a : c + b : c$$

$$\frac{a}{b} \quad b -$$

$$\frac{a + b}{h} . h = (a + b).h$$

در محاسبات ضرب و جمع باید ابتدا محاسبات

$$w.(r - i) + i.(s - o)$$

$$= . i + t. i i$$

$$= a -} - tt = ni$$

$$a.(Vx - Ax) - b.(iy - \backslash y)$$

$$= a.(-\backslash x) - b. i'y$$

$$= - tax - i'by$$

توان‌هایی که با پایه یکسان در هم ضرب می‌شود، باید نماها را با هم جمع و پایه را ثابت نگاه‌داشت.

$$3^2 \cdot 3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$= 3^5$$

$$3^2 \cdot 3^3 = 3^{(2+3)} = 3^5$$

$$XXX' = X \cdot X \cdot X \cdot X \cdot X \cdot X$$

$$= X^6$$

$$X \cdot X' = X'' = X'' = X''$$

(+ و -) انجام گیرد.

$$\frac{16}{4} + \frac{20}{5} - \frac{18}{3} = 4 + 4 - 6$$

می‌توان حذف کرد. علائم اعداد بدون تغییر باقی

$$= 16 + 9 - 5$$

حالت هر عامل در فاکتور ضرب می‌شود.

$$= 7 \cdot 4 + 7 \cdot 5 = 63$$

می‌شود، در این حالت هر عامل یک پرانتز در

عبارت پرانتز بر یک مقدار (عدد، حروف، عبارت پرانتز) تقسیم می‌شود در این حالت هر عامل پرانتز

$$= 16 : 4 - 4 : 4$$

$$= 4 - 1 = 3$$

منتخرج را در بر می‌گیرد.

$$3 + 4 = (3 + 4) : 2$$

پرانتز انجام و سپس عمل جمع اجرا شود.

جدول ۱. روابط ریاضی (ادامه)

<p>توان‌هایی که با پایه یکسان بر هم تقسیم می‌شوند باید نماها را از هم کسر کرده و پایه را ثابت</p>	$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4$ $4^2 = 4 \cdot 4$	$\frac{m^i}{m^j} = \frac{m \cdot m \cdot \dots \cdot m}{m \cdot m \cdot m \cdot \dots \cdot m}$
<p>توان محاسبه شود.</p> <p>محاسبه توان قبل از عمل ضرب صورت می‌گیرد.</p>	$6 \dots = \dots$ $1 \dots = \dots$	$a \cdot 1 = a \cdot \dots = a$ $b \cdot 1^{-1} = b \cdot \frac{1}{1} = \dots \cdot b$
<p>هر توان با نمای صفر برابر یک است</p>	$1^{-1} = 1 \cdot (1^{-1}) = 1 \cdot 1^0 = 1$	$(m + n)^0 = 1$
<p>هرگاه زیر ریشه یک حاصل ضرب باشد می‌توان ریشه را از حاصل ضرب اعداد و یا ضرب حاصل ریشه‌ها به دست آورد.</p>	$\sqrt{9 \cdot 16} = \sqrt{144} = 12$ $\sqrt{9 \cdot 16} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{16} = 3 \cdot 4 = 12$ $\sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$	$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ $\sqrt{a - b} = \sqrt{(a - b)}$
<p>ریشه گرفتن را به صورت توان هم می‌توان</p>	$\sqrt[3]{27} = 27^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{3}{3}} = 3$	$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$
<p>با افزودن عدد یکسان به دو طرف معادله عدد مجهول در سمت راست ظاهر می‌شود.</p>	$y - 5 = 9$ $y - 0 + 5 = 9 + 5$ $y = 9 + 5 = 14$	$y - c = d$ $y - c + c = d + c$ $y = d + c$
<p>با تفریق عدد یکسان از دو طرف معادله عدد مجهول در سمت راست ظاهر می‌شود.</p>	$x + 7 = 18$ $x + 7 - 7 = 18 - 7$ $x = 11$	$x + a = b$ $x + a - a = b - a$ $x = b - a$
<p></p>	$x = \frac{3 - 6}{6} = \frac{3}{6}$	<p></p>



با تقسیم دو طرف معادله بر عدد یکسان عدد  
مجهول معادله به دست می آید.

E.X TF  
/.X TF  
۶ ۶  
TF A

$$a.x=b$$
$$a x \_$$
$$il \ a$$
$$x = \frac{b}{a}$$

	$\frac{y}{3} = v$	$x - d$
	$\frac{y \cdot 3}{3} = v \cdot 3$	$y \cdot c - d \cdot c$
مجهول معادله به دست می آید.	$y = 21$	$C$
		$y = d \cdot c$
با به توان رساندن دو طرف معادله عدد مجهول معادله به دست می آید.	$\sqrt{x} = 4$	$= a + b$
	$(\quad)' = t'$	$(\quad)' = (a + b)'$
	$x = \sqrt{s}$	$x = a' + tab + b'$
با ریشه گرفتن دو طرف معادله عدد مجهول معادله به دست می آید.	$x^2 = 36$	$x' = a + b$
	$\sqrt{x^2} = \sqrt{36}$	$(x)^3 = a \ b$
	$x = \pm 6$	$x - a + b$

مقادیر بزرگ تر از عدد یک با توان مثبت نشان داده می شود. مقادیر کوچکتر از عدد یک، با توان منفی نشان داده می شود.

مقدار	۰٫۰۰۱	۰٫۰۱	۰٫۱	۱	۱۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۱۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰۰
توان ده	$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$	$10^0$	$10^1$	$10^2$	$10^3$	$10^4$	$10^5$	$10^6$
مثال: تبدیل اعداد به حاصل ضرب توان ده.	$4300 = 4,3 \cdot 1000 = 4,3 \cdot 10^3; 14638 = 1,4638 \cdot 10000 = 1,4638 \cdot 10^4$									

جدول ۲. ضرایب محاسبه طول ضلع، قطر دایره محاطی و مساحت چند ضلعی‌های منتظم با فرض  $D = 1$

12	10	8	6	5	4	3	n = تعداد اضلاع
۰٫۲۵۹	۰٫۳۰۹	۰٫۳۸۳	۰٫۵۰۰	۰٫۵۸۸	۰٫۷۰۷	۰٫۸۶۶	l = طول ضلع
* /Aff	*	* /ATt	* /APf	* /A*A	* /V*V	* /۰۰	d = قطر دایره محاطی
۰٫۷۵۰	۰٫۷۳۵	۰٫۷۰۷	۰٫۶۵۰	۰٫۵۹۴	۰٫۵۰۰	۰٫۳۲۵	A = مساحت
							D = قطر دایره محیطی

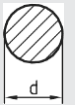






$1,5 \times 10^3$	اتومبیل شخصی	$1,67 \times 10^{-27}$	اتم هیدروژن
$5,98 \times 10^{24}$		$10^{-3}$	یک لیتر هوا (در صفر درجه سانتی‌گراد)
$1,99 \times 10^{30}$		.	یک لیتر آب (در $4^\circ\text{C}$ )

kg			جرم مخصوص جامدات			kg	
m <sup>3</sup>		dm <sup>3</sup>		dm <sup>3</sup>		dm <sup>3</sup>	
۱۱٫۲۹	هوا	۷٫۲۵	چدن خاکستری	۱٫۲۶	چوب آبنوس	۱	آب ( $4^\circ\text{C}$ )
۱٫۴۳	اکسیژن	۸٫۵	برنج	۱٫۸	آلیاژهای منیزیم	۰٫۸۵	نفت
۱٫۱۷۱	استیلن	۸٫۹	مس	۲٫۷	آلومینیم	۰٫۷۲	
۰٫۰۰۹	هیدروژن	۷٫۸۵	فولاد	۷٫۱۳	روی	۰٫۸۵	گازوئیل
۱٫۲۵	ازت	۱۱٫۳۵	سرب	۷٫۳	قلع	۰٫۹	روغن موتور



ورق‌های فولادی	s(mm)	۰.۱۸	۰.۲	۰.۲	۰.۲L	۰.۲۸	۰.۳	۰.۳۸	۰.LO	۰.۵	۰.۵
				۲			۲				۶
s ° mm - ? kg/m'	S(fflffl)	۰.۶	۰.۷	۰.۸	۱	۱.۱۳	۱.۲	۱.۳۸	۱.۵	۱.۷	۲.۰
		۳	۵	۸			۵			۵	
	m(k /m l	p۵	۸۸	۶۵۱	۷۸۵	۸۸۷	۸)	۱۳۸	۱۱۸	۱۷	۱۵
در نظر گرفتن نوع آج	m(kg/m <sup>2</sup> )	28	32	38	42	46	54	62	70	78	
	s(mm)	۰.۱۵	۰.۲۰	۰.۲	۰.۳	۰.۳۵	۰.L	۰.US	۰.۵	۰.۵	۰.۶
	s(mm)	۰.۶۵	۰.۷	۰.۷	۰.۸	۰.۹۰	۱.۰	۱.۲	۱.۵	۱.۸	۲.۰
	s(mm)	۰.۳	۰.۱	۰.۵	۰.۶	۰.۷	۰.۸	۰.۹	۱.۰	۱.۵	۲.۰
	mk /m'	۳۴/	۴۵۶	۵۷۸	۶۸	۷۸۸	"li	۱t۴i	۱	۱۷I	ii۸
	s(mm)	۰.۱	۰.۱۵	۰.۲	۰.۲	۰.۳	۰.۳	۰.۱	۰.US	۰.۵	۰.۶
	s(rrrr)	۰.۷	۰.۸	۰.۹	۱.۰	۱.۲	۱.۱	۱.۶	۱.۸	۲.۰	۲.۵
	s(mm)	۰.۱	۰.۱۵	۰.۲	۰.۲	۰.۳	۰.۳	۰.۱	۰.US	۰.۵	۰.۶
	m (kg/m)	۹۸۵	۱۷	۱۷	Ii	M۵	iL	۳۴	۳۸a	۴A	۵۱
	s(rrrr)	۰.۷	۰.۸	۰.۹	۱.۰	۱.۲	۱.۱	۱.۶	۱.۸	۲.۰	۲.۵
	s(mm)	۰.۲	۰.۲	۰.۳	۰.۳	۰.۱	۰.۵	۰.۶	۰.۷	۰.۸	۰.۹
	o (k /m)	۹۵۴	۸H۸	۰۸۴	۰۸۵	۴۹۸	۴۳۵	۱۶i	)۸°	i۴۶	i۴۸
	s(mm)	۱.۰	۱.۲	۱.۱	۱.۶	۱.۸	۲.۰	۲.۵	۳.۰	۱.۰	۵.۰
	mi /m l		۳	۳۸		"		۸	۸ ۱	۱۸	۱۳
										۸	

جدول ۶. جرم یک متر از میله‌های گرد، چهارگوش و شش‌گوش فولادی برحسب kg

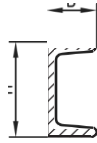
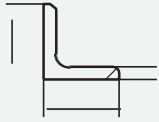
d				d				d			
	SW	d	l		SW	d	l		sw	SW	d
1	0.006	0.008	0.007	36	7.99	10.2	8.81	71	31.1	39.6	34.3
2	0.025	0.031	0.027	37	8.44	10.7	9.3	72	32.0	40.7	35.2
3	0.056	0.071	0.061	38	8.90	11.3	9.81	73	32.9	41.8	36.2
4	0.099	0.126	0.109	39	9.38	11.9	10.3	74	33.8	43.0	37.2
s	۰.۱۵۱	۰.۱۹۶	۰.۱۷	۴۰	۹.۸۶	۱۲.۶	۱۰.۹		۳۴.۷	۴۴.۲	۳۸.۲
											
					۱۰۹	۱۳۹	۱۲۰	۷۷			
					۱) \	۱ \ F	۱) *	۷۸			
۱۰	۰.۶۱۷	۰.۷۸	۰.۶۸	۱	۱۲.۵	۱۵.۹	۱۳.۸	۸۰	۳۹.۵	۵۰.۲	۴۳.۵
۱۵	۱.۳۹	۱.۷۷	۱.۵۳	kg	۱۵.۴	۱۹.۶	۱۷.۰	۸۵	۴۴.۵	۵۶.۷	۴۹.۱
					/ ۶ J	۳ L	۷۷	۸ L			
					۶ ۷		۸	۸ ۷			
19	2.23	2.83	2.45	54							
20	2.47	3.14	2.72	55							
21	2.72	3.46	3.00	56	۱۸.۷	۲۳.۷	۲۰.۶	۹۰	۱۹.۹	۲۳.۶	۵۵.۱
۲۵	۸۵	۱.۹۱	۱.۲۵	kg	۲۲.۲	۲۸.۳	۲۵.۵	gg	۵۵.۶	۷۰.۸	۶۳.۸
۳۰	* * ۵	۷.۰۷	۶.۱۲	\$g	۲۶.۰	۳۳.۲	۲۸.۷	۱۰۰	۶۳.۷	۷۸.۵	۶۸.۰
j	۷.۵۵	۹.۶۲	۸.۳۳	۷۰	۳۰.۲	۳۸.۵	۳*	۱۰۵	۶۵.۰	۸۶.۵	۷۵.۰

جدول ۷. جرم یک متر از لوله‌های فولادی برحسب kg

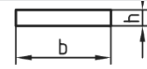
لوله‌های معمولی	قطر آبدهی لوله برحسب اینچ	1/8"	1/4"	3/8"	1/2"	3/4"	1"	1 1/4"
قطر آبدهی لوله برحسب میلی‌متر		۶	۸	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۲
تعداد دندان‌ه در هر اینچ		۲	۱	۱۹	۱۴	۱۱	۱۱	۱۱
قطر خارجی لوله		۸	۹					
ضخامت جداره		۱۰	۱۳.۲	۱۶.۵	۲۱.۲	۲۶.۷۵	۳۳.۵	۴۲.۲
جرم لوله برحسب $\frac{kg}{m}$			۵		۵			۵
قطر آبدهی لوله برحسب اینچ		۲	۲.۲	۲.۲۵	۲.۷۵	۲.۱	۲.۹	۳.۱
قطر آبدهی لوله برحسب میلی‌متر			۵					
تعداد دندان‌ه در هر اینچ		۰.۳۹	۰.۶۱	۰.۸۰	۱.۲۵	۱.۴۴	۲.۱۹	۲.۹۹
قطر خارجی لوله		۵						
ضخامت جداره		1/2"	۲"	۲ 1/2"	*	*	۵"	۶"
جرم لوله برحسب $\frac{kg}{m}$		۴۰	۵۰	۶۵	۸۰	۱۰۰	۱۲۵	۱۵۰
قطر خارجی لوله برحسب میلی‌متر		۱۱	۱۱	۱۱	۱۱	۱۱	۱۱	۱۱
قطر خارجی لوله برحسب اینچ		۴۸.۲	۶۰	۷۵.۵	۸۸.۲	۱۱۳.۵	۱۳۹	۱۶۴.۵
ضخامت جداره برحسب میلی‌متر		۵			۵			۵
جرم لوله برحسب $\frac{kg}{m}$		۳.۱	۳.۳	۳.۷۵	۱	۱.۲۵	۱.۵	۱.۵
قطر خارجی لوله برحسب میلی‌متر		۳.۴	۴.۶	۶.۶۴	۸.۳۱	۱۱.۵	۱۴.۹	۱۷.۸
قطر خارجی لوله برحسب اینچ		۵	۱					
ضخامت جداره برحسب میلی‌متر		۸	۱	۱۲	۱۱	۱۶	۱۸	۲۰
جرم لوله برحسب $\frac{kg}{m}$			۰					
قطر خارجی لوله برحسب اینچ		۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲
ضخامت جداره برحسب میلی‌متر		۱.۵	۱.۵	۱.۵	۲	۲	۲	۲
جرم لوله برحسب $\frac{kg}{m}$		۰.۲۴	۰.۳۱	۰.۳۸۸	۰.۵۹	۰.۶۹۱	۰.۸۸	۰.۸۸
قطر خارجی لوله برحسب میلی‌متر		۰	۰	۰	۲	۰.۷۸۹	۸	۸
قطر خارجی لوله برحسب اینچ		۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲
ضخامت جداره برحسب میلی‌متر		۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲
جرم لوله برحسب $\frac{kg}{m}$		۰.۹۸	۱.۰	۱.۱۳	۱.۱۸	۱.۲۸	۱.۷۰	۱.۸۲
قطر خارجی لوله برحسب اینچ		۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲
ضخامت جداره برحسب میلی‌متر		۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲
جرم لوله برحسب $\frac{kg}{m}$		۰.۹۸	۱.۰	۱.۱۳	۱.۱۸	۱.۲۸	۱.۷۰	۱.۸۲



۲.۵	۲.۵	۲.۵	۲.۵	۲.۵	۲.۷۵	۳
۲.۰۰	۲.۱	۲	۲.۵	۲.۹۹	۳.۶۸	۴.۴
	۹	۴۰	۹			۸
?	۷۶	۸۳	۸۹	۹۵	۱۰۲	۱۰۸



۲	۳	۳.۲	۳.۲۵	۳.۵	۳.۵	۳.۷۵
L <sub>۹</sub>	۵.۱	۶.۳	۶.۸۷	۷.۹	۸.۵۰	۹.۶۱



جدول ۸ جرم یک متر پاره‌ای از نیمه ساخته‌های فولادی برحسب kg

b		b		b		b		b	
bob d	kg/m	۰.۱	hxb	kg/m	۰.۱	hxb	kg/m	b h	kg/m
۱۵x۱۵x۳	۰.۶۱	۳۰	۳۰x۱۵	۱.۷۱	۸۰	۸۰x۱۲	۵.۹۵	۱۰x۵	۰.۳۹
۲۰x۲۰x۱	۱.۱۱	۱۰	۱۰x۲۰	۲.۷۵	۱۰۰	۱۰۰x۵۰	۸.۳۲	۱۰x۸	۰.۶۳
۲۵x۲۵x۱	۱.۵۵	۵۰	۵۰x۲۵	۱.۳۲	۱۲۰	۱۲۰x۵۸	۱۱.۲	۱۲x۵	۰.۱۷
۳۰x۳۰x۳	۱.۳۶	۶۰	۶۰x۳۰	۵.۰۷	۱۱۰	۱۱۰x۶۶	۱۱.۵	۱۵x۵	۰.۵۹
۳۰x۳۰x۵	۲.۱۸	۶۵	۶۵x۳۲	۷.۰۹	۱۶۰	۱۶۰x۷۱	۱۷.۹	۱۵x۱۰	۱.۱۸
۴۵x۴۵x۱	۷.۹۴	۴۵۰	۴۵۰x۱۷۰	۸.۶۱	۴۵۰	۴۵۰x۱۷۰	۲۱.۹	۲۵x۳۰	۰.۷۵
۳۵x۳۵x۶	۳.۰۱	۱۰۰	۱۰۰x۵۰	۱۰.۶	۲۰۰	۲۰۰x۹۰	۲۶.۳	۲۰x۱۰	۱.۵۷
۱۰x۱۰x۱	۲.۱۲	۱۲۰	۱۲۰x۵۵	۱۳.۱	۲۲۰	۲۲۰x۹۸	۳۱.۱	۲۵x۵	۰.۹۸
LxLx۱	۳.۵۲	۱L۰	۱۱۰x۶۰	۱۶.۰	۲L۰	۲۱	۳۶.۲	۲۵x۱۵	۲.۹۱
۰۵x۰۵x	۳.۳۸	۱۶۰	۱۶۰x۶۵	۱۸.۸	۲۶۰	۲۶۰x۱۱	۱۱.۹	۳۰x۵	۱.۱۸



0						3			
10x10xY	1.7.	18.	18.0.7.	22.	28.	28.0.11	18.	30.0	1.37
						9			
0.0x0.0x	3.77	2.0.	2.0.70	20.3	3.	3.0.120	SP.2	10.1.	3.11
0					.				
0.0x0.0x	7.17	21.	21.0x10	33.2	32	32.0.13	71.1	20.20	7.10
9					.	1			
00x00x	1.90	28.	28.90	11.8	31.	31	78.1	10.3.	1.7
7						.0.137			
7.0x7.0x	0.12	3.0.	3.0.10.	17.2	37	37.0.11	77.2	0.0.2.	7.10
7					.	3			
70x70x	7.13	30.	30.0.10.	7.7	38	38.0.11	81.	0.0.0.	10.7
7					.	9			
7.0x7.0x	7.38	10.0	10.0.11.	71.8	20.	1	92.7	7.0.2.	9.12
7						.0.0.100			
8.0x8.0x	9.77	0.0.	0.0.0.18	111	0.	0.0.0.18	111	8.0.0.	0.1
8			0		.	0			
9.0x9.0x	12.2	00.	00.	177	00	00.0.2.	177	9.0.0.	30.3
9			2.0.		.	.			

جدول ٩. جدول سینوس و کسینوس

45° ... 0 سینوس								
درجه	دقیقه	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'
0	0.0000	00.0029	0.0058	0.0087	0.0116	0.0145	0.0175	89
1	0.0175	0.0204	0.0233	0.262	0.0291	0.0320	0.0349	88
2	0.0349	0.0378	0.0407	0.436	0.0465	0.0494	0.0523	87
3	0.0523	0.0552	0.0581	0.0610	0.0640	0.0669	0.0698	86
4	0.0698	0.0727	0.0756	0.0785	0.0814	0.0843	0.0872	85
5	0.0872	0.0901	0.0929	0.0958	0.0987	0.1016	0.1045	84
6	0.1045	0.1074	0.1103	0.1132	0.1161	0.1190	0.1219	83
7	0.1219	0.1248	0.1276	0.1305	0.1334	0.1363	0.1392	82
8	0.1392	0.1421	0.1449	0.1478	0.1507	0.1536	0.1564	81
9	0.1564	0.1593	0.1622	0.1650	0.1679	0.1708	0.1736	80
10	0.1736	0.1765	0.1794	0.1822	0.1851	0.1880	0.1908	79
11	0.1908	0.1937	0.1965	0.1994	0.2022	0.2051	0.2079	78
12	0.2079	0.2108	0.2136	0.2164	0.2193	0.2221	0.2250	77
13	0.2250	0.2278	0.2306	0.2334	0.2363	0.2391	0.2419	76
14	0.2419	0.2447	0.2476	0.2504	0.2532	0.2560	0.2588	75
15	0.2588	0.2616	0.2644	0.2672	0.2700	0.2728	0.2756	74
16	0.2756	0.2784	0.2812	0.2840	0.2868	0.2896	0.2924	73
17	0.2924	0.2952	0.2979	0.3007	0.3035	0.3062	0.3090	72
18	0.3090	0.3118	0.3145	0.3173	0.3201	0.3228	0.3256	71
19	0.3256	0.3283	0.3311	0.3338	0.3365	0.3393	0.3420	70
20	0.3420	0.3448	0.3475	0.3502	0.3529	0.3557	0.3584	69
21	0.3584	0.3611	0.3638	0.3665	0.3692	0.3719	0.3746	68
22	0.3746	0.3773	0.3800	0.3827	0.3854	0.3881	0.3907	67
23	0.3907	0.3934	0.3961	0.3987	0.4014	0.4041	0.4067	66
24	0.4067	0.4094	0.4120	0.4147	0.4173	0.4200	0.4226	65
25	0.4226	0.4253	0.4279	0.4305	0.4331	0.4358	0.4384	64
26	0.4384	0.4410	0.4436	0.4462	0.4488	0.4514	0.4540	63
27	0.4540	0.4566	0.4592	0.4617	0.4643	0.4669	0.4695	62
28	0.4695	0.4720	0.4746	0.4772	0.4797	0.4823	0.4848	61
29	0.4848	0.4874	0.4899	0.4924	0.4950	0.4975	0.5000	60
30	0.5000	0.5025	0.5050	0.5075	0.5100	0.5125	0.5150	59
31	0.5150	0.5175	0.5200	0.5225	0.5250	0.5275	0.5299	58
32	0.5299	0.5324	0.5348	0.5373	0.5398	0.5422	0.5446	57
33	0.5446	0.5471	0.5495	0.5519	0.5544	0.5568	0.5592	56
34	0.5592	0.5616	0.5640	0.5664	0.5688	0.5712	0.5736	55
35	0.5736	0.5760	0.5783	0.5807	0.5831	0.5854	0.5878	54
36	0.5878	0.5901	0.5925	0.5948	0.5972	0.5995	0.6018	53
37	0.6018	0.6041	0.6065	0.6088	0.6111	0.6134	0.6157	52
38	0.6157	0.6180	0.6202	0.6225	0.6248	0.6271	0.6293	51
39	0.6293	0.6316	0.6338	0.6361	0.6383	0.6406	0.6428	50
40	0.6428	0.6450	0.6472	0.6494	0.6517	0.6539	0.6561	49
41	0.6561	0.6583	0.6604	0.6626	0.6648	0.6670	0.6691	48
42	0.6691	0.6713	0.6734	0.6756	0.6777	0.6799	0.6820	47
43	0.6820	0.6841	0.6862	0.6884	0.6905	0.6926	0.6947	46
44	0.6947	0.6967	0.6988	0.7009	0.7030	0.7050	0.7071	45
		60'	50'	40'	30'	20'	10'	0' دقیقه

90° ... 45 کسینوس

جدول ٩. جدول سینوس و کسینوس (ادامه)

45° ... 90° سینوس								
دقیقه	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
45	0.7071	0.7092	0.7112	0.7133	0.7153	0.7173	0.7193	44
46	0.7193	0.7214	0.7234	0.7254	0.7274	0.7294	0.7314	43
47	0.7314	0.7333	0.7353	0.7373	0.7392	0.7412	0.7431	42
48	0.7431	0.7451	0.7470	0.7490	0.7509	0.7528	0.7547	41
49	0.7547	0.7566	0.7585	0.7604	0.7623	0.7642	0.7660	40
50	0.7660	0.7679	0.7698	0.7716	0.7735	0.7753	0.7771	39
51	0.7771	0.7790	0.7808	0.7826	0.7844	0.7862	0.7880	38
52	0.7880	0.7898	0.7916	0.7934	0.7951	0.7969	0.7986	37
53	0.7986	0.8004	0.8021	0.8039	0.8056	0.8073	0.8090	36
54	0.8090	0.8107	0.8124	0.8141	0.8158	0.8175	0.8192	35
55	0.8192	0.8208	0.8225	0.8241	0.8258	0.8274	0.8290	34
56	0.8290	0.8307	0.8323	0.8339	0.8355	0.8371	0.8387	33
57	0.8387	0.8403	0.8418	0.8434	0.8450	0.8465	0.8480	32
58	0.8480	0.8496	0.8511	0.8526	0.8542	0.8557	0.8572	31
59	0.8572	0.8587	0.8601	0.8616	0.8631	0.8646	0.8660	30
60	0.8660	0.8675	0.8689	0.8704	0.8718	0.8732	0.8746	29
61	0.8746	0.8760	0.8774	0.8788	0.8802	0.8816	0.8829	28
62	0.8829	0.8843	0.8857	0.8870	0.8884	0.8897	0.8910	27
63	0.8910	0.8923	0.8936	0.8949	0.8962	0.8975	0.8988	26
64	0.8988	0.9001	0.9013	0.9026	0.9038	0.9051	0.9063	25
65	0.9063	0.9075	0.9088	0.9100	0.9112	0.9124	0.9135	24
66	0.9135	0.9147	0.9159	0.9171	0.9182	0.9194	0.9205	23
67	0.9205	0.9216	0.9228	0.9239	0.9250	0.9261	0.9272	22
68	0.9272	0.9283	0.9293	0.9304	0.9315	0.9325	0.9336	21
69	0.9336	0.9346	0.9356	0.9367	0.9377	0.9387	0.9397	20
70	0.9397	0.9407	0.9417	0.9426	0.9436	0.9446	0.9455	19
71	0.9455	0.9465	0.9474	0.9483	0.9492	0.9502	0.9511	18
72	0.9511	0.9520	0.9529	0.9537	0.9546	0.9555	0.9563	17
73	0.9563	0.9572	0.9580	0.9588	0.9596	0.9605	0.9613	16
74	0.9613	0.9621	0.9629	0.9636	0.9644	0.9652	0.9659	15
75	0.9659	0.9667	0.9674	0.9681	0.9689	0.9696	0.9703	14
76	0.9703	0.9710	0.9717	0.9724	0.9730	0.9737	0.9744	13
77	0.9744	0.9750	0.9757	0.9763	0.9769	0.9775	0.9781	12
78	0.9781	0.9787	0.9793	0.9799	0.9805	0.9811	0.9816	11
79	0.9816	0.9822	0.9827	0.9833	0.9838	0.9843	0.9848	10
80	0.9848	0.9853	0.9858	0.9863	0.9868	0.9872	0.9877	9
81	0.9877	0.9881	0.9886	0.9890	0.9894	0.9899	0.9903	8
82	0.9903	0.9907	0.9911	0.9914	0.9918	0.9922	0.9925	7
83	0.9925	0.9929	0.9932	0.9936	0.9939	0.9942	0.9945	6
84	0.9945	0.9948	0.9951	0.9954	0.9957	0.9959	0.9962	5
85	0.9962	0.9964	0.9967	0.9969	0.9971	0.9974	0.9976	4
86	0.9976	0.9978	0.9980	0.9981	0.9983	0.9985	0.9986	3
87	0.9986	0.9988	0.9989	0.9990	0.9992	0.9993	0.9994	2
88	0.9994	0.9995	0.9996	0.9997	0.9997	0.9998	0.9998	1
89	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	1.0000	0
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	درجه

45° ... 0 کسینوس

جدول ۱۰. جدول تنازات و کتانوات

45° .. 0 تنازات								
دقیقه درجه	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
0	0.0000	0.0029	0.0058	0.0087	0.0116	0.0145	0.0175	89
1	0.0175	0.0204	0.0233	0.262	0.0291	0.0320	0.0349	89
2	0.0349	0.0378	0.0407	0.0437	0.0466	0.0495	0.0524	87
3	0.0524	0.0553	0.0582	0.0612	0.0641	0.0670	0.0699	86
4	0.0699	0.0729	0.0758	0.0787	0.0816	0.0845	0.0875	85
5	0.0875	0.0904	0.0934	0.0963	0.0992	0.1022	0.1051	84
6	0.1051	0.1080	0.1110	0.1139	0.1169	0.1198	0.1228	83
7	0.1228	0.1257	0.1287	0.1317	0.1346	0.1376	0.1405	82
8	0.1405	0.1435	0.1465	0.1495	0.1524	0.1554	0.1584	81
9	0.1584	0.1614	0.1644	0.1673	0.1703	0.1733	0.1763	80
10	0.1763	0.1793	0.1823	0.1853	0.1883	0.1914	0.1944	79
11	0.1944	0.1974	0.2004	0.2035	0.2065	0.2095	0.2126	78
12	0.2126	0.2156	0.2186	0.2217	0.2247	0.2278	0.2309	77
13	0.2309	0.2339	0.2370	0.2401	0.2432	0.2462	0.2493	76
14	0.2493	0.2524	0.2555	0.2586	0.2617	0.2648	0.2679	75
15	0.2679	0.2711	0.2742	0.2773	0.2805	0.2836	0.2867	74
16	0.2867	0.2899	0.2931	0.2962	0.2994	0.3026	0.3057	73
17	0.3057	0.3089	0.3121	0.3153	0.3185	0.3217	0.3249	72
18	0.3249	0.3281	0.3314	0.3346	0.3378	0.3411	0.3443	71
19	0.3443	0.3476	0.3508	0.3541	0.3574	0.3607	0.3640	70
20	0.3640	0.3673	0.3706	0.3739	0.3772	0.3805	0.3839	69
21	0.3839	0.3872	0.3906	0.3939	0.3973	0.4006	0.4040	68
22	0.4040	0.4074	0.4108	0.4142	0.4176	0.4210	0.4245	67
23	0.4245	0.4279	0.4314	0.4348	0.4383	0.4417	0.4452	66
24	0.4452	0.4487	0.4522	0.4557	0.4592	0.4628	0.4663	65
25	0.4663	0.4699	0.4734	0.4770	0.4806	0.4841	0.4877	64
26	0.4877	0.4913	0.4950	0.4986	0.5022	0.5059	0.5095	63
27	0.5095	0.5132	0.5169	0.5206	0.5243	0.5280	0.5317	62
28	0.5317	0.5354	0.5392	0.5430	0.5467	0.5505	0.5543	61
29	0.5543	0.5581	0.5619	0.5658	0.5696	0.5735	0.5774	60
30	0.5774	0.5812	0.5851	0.5890	0.5930	0.5969	0.6009	59
31	0.6009	0.6048	0.6088	0.6128	0.6168	0.6208	0.6249	58
32	0.6249	0.6289	0.6330	0.6371	0.6412	0.6453	0.6494	57
33	0.6494	0.6536	0.6577	0.6619	0.6661	0.6703	0.6745	56
34	0.6745	0.6787	0.6830	0.6873	0.6916	0.6959	0.7002	55
35	0.7002	0.7046	0.7089	0.7133	0.7177	0.7221	0.7265	54
36	0.7265	0.7310	0.7355	0.7400	0.7445	0.7490	0.7536	53
37	0.7536	0.7581	0.7627	0.7673	0.7720	0.7766	0.7813	52
38	0.7813	0.7860	0.7907	0.7954	0.8002	0.8050	0.8098	51
39	0.8098	0.8146	0.8195	0.8243	0.8292	0.8342	0.8391	50
40	0.8391	0.8441	0.8491	0.8541	0.8591	0.8642	0.8693	49
41	0.8693	0.8744	0.8796	0.8847	0.8899	0.8952	0.9004	48
42	0.9004	0.9057	0.9110	0.89163	0.9217	0.9271	0.9325	47
43	0.9325	0.9380	0.9435	0.9490	0.9545	0.9601	0.9657	46
44	0.9657	0.9713	0.9770	0.9827	0.9884	0.9942	1.0000	45
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	دقیقه درجه

45 .. 90° کتانوات

جدول 10. جدول تنازات و کتازات (ادامه)

90° ... 45° تنازات									
درجه	دقیقه	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	درجه
45		1.0000	1.0058	1.10117	1.0176	1.0235	1.0295	1.0355	44
46		1.0355	1.0416	1.0477	1.0538	1.0599	1.0661	1.0724	43
47		1.0724	1.0786	1.0850	1.0913	1.0977	1.1041	1.1106	42
48		1.1106	1.1171	1.1237	1.1303	1.1369	1.1436	1.1504	41
49		1.1504	1.1571	1.1640	1.1708	1.1778	1.1847	1.1918	40
50		1.1918	1.1988	1.2059	1.2131	1.2203	1.2276	1.2349	39
51		1.2349	1.2423	1.2497	1.2572	1.2647	1.2723	1.2799	38
52		1.2799	1.2876	1.2954	1.3032	1.3111	1.3190	1.3270	37
53		1.3270	1.3351	1.3432	1.3514	1.3597	1.3680	1.3764	36
54		1.3764	1.3848	1.3934	1.4019	1.4106	1.4193	1.4281	35
55		1.4281	1.4370	1.4460	1.4550	1.4641	1.4733	1.4826	34
56		1.4826	1.4919	1.5013	1.5108	1.5204	1.5301	1.5399	33
57		1.5399	1.5497	1.5597	1.5697	1.5798	1.5900	1.6003	32
58		1.6003	1.6107	1.6213	1.6318	1.6426	1.6534	1.6643	31
59		1.6643	1.6753	1.6864	1.6877	1.7090	1.7205	1.7321	30
60		1.7321	1.7438	1.7556	1.7675	1.7796	1.7917	1.8041	29
61		1.8041	1.8165	1.8291	1.8418	1.8546	1.8676	1.8807	28
62		1.8807	1.8940	1.9074	1.9210	1.9347	1.9486	1.9626	27
63		1.9626	1.9768	1.9912	2.0057	2.0204	2.0353	2.0503	26
64		2.0503	2.0655	2.0809	2.0985	2.1123	2.1283	2.1445	25
65		2.1445	2.1609	2.1775	2.1943	2.2113	2.2286	2.2460	24
66		2.2460	2.2637	2.2817	2.2998	2.3183	2.3369	2.3559	23
67		2.3559	2.3750	2.3945	2.4142	2.4342	2.4545	2.4751	22
68		2.4751	2.4960	2.5172	2.5387	2.5605	2.5826	2.6051	21
69		2.6051	2.6279	2.6511	2.6746	2.6985	2.7228	2.7475	20
70		2.7475	2.7725	2.7980	2.8239	2.8502	2.8770	2.9042	19
71		2.9042	2.9319	2.9600	2.9887	3.0178	3.0475	3.0777	18
72		3.0777	3.1084	3.1397	3.1716	3.2041	3.2371	3.2709	17
73		3.2709	3.3052	3.3402	3.3759	3.4124	3.4495	3.4874	16
74		3.4874	3.5261	3.5656	3.6059	3.6470	3.6889	3.7321	15
75		3.7321	3.7760	3.8208	3.8667	3.9136	3.9617	4.0108	14
76		4.0108	4.0611	4.1126	4.1653	4.2193	4.2747	4.3315	13
77		4.3315	4.3897	4.4494	4.5107	4.5736	4.6383	4.7046	12
78		4.7046	4.7729	4.8430	4.9152	4.9894	5.0658	5.1446	11
79		5.1446	5.2257	5.3093	5.3955	5.4845	5.5764	5.6713	10
80		5.6713	5.7694	5.8708	5.9758	6.0844	6.1970	6.3138	9
81		6.3138	6.4308	6.5505	6.6732	6.8269	6.9682	7.1154	8
82		7.1154	7.2687	7.4287	7.5958	7.7704	7.9530	8.1444	7
83		8.1444	8.3450	8.5556	8.7769	9.0098	9.2553	9.5144	6
84		9.5144	9.7882	10.0780	10.3854	10.7019	11.0594	11.4301	5
85		11.4301	11.8262	12.2505	12.7062	13.1969	13.7267	14.3007	4
86		14.3007	14.9244	15.6048	16.3499	17.1693	18.0750	19.0811	3
87		19.0811	20.2056	21.4704	22.9038	24.5498	26.4316	28.6363	2
88		28.6363	31.2416	34.3678	38.1885	42.9641	49.1039	57.2900	1
89		57.2900	68.7501	85.8398	114.5897	173.885	343.774	∞	0
	دقیقه	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	درجه

45° ... 0° کتازات